Bayerische StaatsBibliothek
Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Wagenführ, August

Lehrsätze der Geometrie und Trigonometrie wie auch einige Anwendungen aufs Feldmessen, Taktik und Fortifikation

Berlin 1797

Math.p. 305
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10082291-7
VD18 15319326-001

Glomer Math. P. 905

Mathesis. Geometria generalis
273.

R

Lehrsätze

der

Geometrie und Trigonometrie

wie auch

einige Anwendungen

aufs

Feldmessen, Taktik und Fortifikation.

Berlin, 1797.

Verlegt von Gottfried Hayn,

in der Zimmerstraße, zwischen der Charlotten- und Markgrafenstraße.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

BAYERISCHE STAATS-BIBLIOTHEK MÜNCHEN

Vorbericht.

Um der Kürze willen habe ich hier nur so viele Sätze der Geometrie, aus andern mathematischen Lehrbüchern zusammensetzen und vereinigen wollen, als nöthig sind, das Feldmessen und Aufnehmen für die Infanterie und Kavallerie faßlich zu zeigen; denn gewöhnlich ist dies der Wunsch angehender Soldaten, die nur Anfänger der Mathematik und militairischen Wissenschaften sind.

Lehrsätze der Trigonometrie habe ich hier deshalb angeführt, weil Anwendungen davon im Feldmessen u. s. w. nützlich sind. Das Suchen der Sinuszahlen hat hier nicht so ausführlich gezeigt werden können, als es dann geschehen kann, wenn die dazu gehörigen Begriffe der Algebra vorausgesetzt wer-

den können. Indessen ist es auch hier nicht der Zweck, das Anfertigen einer Sinustafel völlig, sondern nur den Gebrauch derselben, einigermaßen zu zeigen. Auch glaube ich, der Lernende wird durch die hier gezeigten Anwendungen, diese Wissenschaft angenehmer finden und der Verstand dadurch mehr vorbereitet werden, so, daß wenn derselbe in der Folge die Algebra wirklich anfängt, diese Lehre für ihn auch angenehmer seyn wird, weil man alsdann viele Sätze der Geometrie kürzer und schärfer beweisen, auch kürzere Rechnungsformeln, in der Anwendung, geben kann.

Bey dem was hier über das Aufnehmen gesagt worden, ist vorausgesetzt, daß dem Lernenden die dazu gehörigen Instrumente, wie auch die Aufgaben auf dem Felde, gezeigt werden; weil dieses durch eine weitläuftige Beschreibung doch nur unvollkommen, hingegen auf dem Felde, kurz und deutlich geschehen kann, und dann hier nachzulesen ist. Die ersten Aufgaben, vom Verlängern und Einrichten in Linien, werden Anwendung beym Stellen und Richten in der Taktik fin-

den, und durch das Aufnehmen mit dem Meßtische, wird das Augenmaß sehr vervollkommnet.

Der Oeconomische Feldmesser könnte über das Aufnehmen im Kriege, wo es nach dem Augenmaaße geschehen muß, einwenden, daß solches nicht richtig werden könne; indessen ist auch diese Methode nicht für ihn, weil in der Oeconomie die Größe der Gegend und der Flächeninhalt derer Theile genau, im Kriege aber nicht genau gefordert werden können, wenn man die Umstände bedenkt, unter denen dieses Aufnehmen gewöhnlich bewerkstelliget werden muß.

Seit mehrern Jahren wurde ich oft gewählt, Unterricht in dieser Wissenschaft zu ertheilen; ich entwarf diese Blätter, und die Methode die ich hierin befolgte, gründete sich auf die während meiner Dienstzeit im Militair gemachte Erfahrung. Das abschreiben derselben aber war sowohl zu mühsam als es auch meinen Unterricht zu lange aufhielt; dieß ist die Ursache warum ich sie drucken ließ. Uebrigens beziehe ich mich auf das was ich in dem

Vorberichte Seite 9 der Arithmetik, wovon dieses als Fortsetzung zu betrachten ist, gesagt habe.

Kenner mögen beurtheilen, ob diese Blätter die Wünsche des jungen Soldaten, die Geometrie sobald als möglich auf sein Handwerk anwenden zu können, befriedigen werden, wobey ich jedoch ersuche, Rücksicht darauf zu nehmen, daß sie nur für Infanteristen und Kavalleristen bestimmt sind; denn der Ingenieur und Artillerist würde, wenn er auch dieser Methode zu Anfang folgte, dieses doch nur als kleine Vorübungen betrachten können, da beyde für ihre Wissenschaft viel weiter und in viel mehr Theile der Mathematik dringen müssen, als hier berührt worden sind.

August Wagenführ.

Erster Abschnitt.

Lehrsätze der Geometrie und Trigonometrie.

§. 86.

Stetige Größen sind die, deren Theile unmittelbar zusammenhängen.

Z. B. die Zeit eines Tages ist eine stettige Größe, weil da, wo ein Theil (Stunde) aufhört, der andre unmittelbar anfängt.

Das äußerste einer Größe ist die Gränze derselben.

Also ist die Gränze kein Theil der Größe die sie begränzt.

Ein Körper ist nach allen Seiten ausgedehnt,

Z. B. Ein Würfel dehnt sich in die Länge Breite und Höhe aus.

In der Geometrie wird nicht die Masse, aus der ein Körper besteht, sondern nur die Größe seiner Ausdehnung betrachtet.

Die Gränzen eines Körpers sind Flächen.

Die Flächen dehnen sich nur in die Länge und Breite, aber nicht in die Höhe aus: Denn sonst wären diese Flächen Körper, und Theile der Größe die sie begränzen.

Die Gränzen der Flächen sind Linien.

Die Linien dehnen sich nur in die Länge, aber nicht in die Breite und Höhe aus.

Die Punkte haben keine Ausdehnung.

Denn dehnten sie sich auch nur in die Länge aus, so wären es Linien und Theile der Sache die sie begränzen.

§. 87.

Linien sind stetige Größen.

Denn werden zwey Linien wie Fig. 1. ab, ad mit ihren Gränzen a zusammengesetzt, so hängen sie unmittelbar zusammen, weil der Punkt a keine Ausdehnung hat, und eben so hängen auch die Theile an, bn der Linie ab, unmittelbar zusammen, folglich ꝛc.

Flächen sind stetige Größen.

Denn werden zwey Flächen wie Fig. 2. A, B, mit ihren Gränzen cd zusammengesetzt, so entsteht ein unmittelbarer Zusammenhang der Flächen A und B, weil die Linie dc keine Ausdehnung in die Breite hat, und eben so hängen auch alle Theile der Fläche A zusammen, folglich ꝛc.

Körper sind stetige Größen.

Denn die Theile des Körpers hängen mit Flächen zusammen und diese haben keine Ausdehnung in die Höhe.

§. 88.

Größen die einander decken sind einander gleich.

Das heißt, wenn eine auf die andere gelegt wird, ihre Gränzen in einander fallen, z. B. wenn Fig. 3 cd = ab ist, und man diese Linien so auf einander legt daß c in a fällt, so muß auch d in b fallen; denn fiele d weiter hinaus in m, so wäre cd > ab; und fiele d wie n so wäre cd < ab.

Um die Größe einer Linie durch eine Zahl auszudrücken, muß die Einheit einerley Art, eine Linie seyn.

Die hierzu bekannten Einheiten sind Meilen, Ruthen, Schritte rc.

Wird die Rheinländische Ruthe in 10 Fuß, der Fuß in 10 Zoll, der Zoll in 10 Linien, und die Linie in 10 Skrupel getheilt, so heißt dieses das Decimalmaaß (dec) dessen sich die Geometer bedienen.

Wird die Rheinländische Ruthe in 12 Fuß, der Fuß in 12 Zoll, der Zoll in 12 Linien, die Linie in 12 Skrupel getheilt, so heißt dieses das Duodecimalmaaß (ddc) dessen sich die Handwerker bedienen.

Es hat also

1 Rheinl. Ruthe		10 Fuß dec.	oder	12 Fuß ddc.
oder	—	100 Zoll "	—	144 Zoll "
oder	—	1000 Linien "	—	1728 Linien "
oder	—	10000 Skrupel	—	20736 Skrupel.

Da nach §. 2 die Einheiten der Ziffern in niedern Stellen, auch nur 10 Theile der anstoßenden höhern sind, so

werden beym dec. (wo jedes in 10 Theile getheilt ist) die Ruthen, Fuße ꝛc. nur neben einander geschrieben und der letzten Größe ihr Zeichen gegeben, so ist:

$$8579^3 = 8^0\ 5^1\ 7^2\ 9^3 \text{ dec.}$$

Hingegen beym ddc (wo jedes in 12 Theile getheilt ist) müssen Ruthen, Fuße ꝛc. besonders gesetzt und bezeichnet werden, als

$$7^0\ 8^1\ 4^2\ 5^3 \text{ ddc.}$$

Wenn eine Linie in ddc. gegeben, deren Größe in dec. zu bestimmen.

Z. B. die Linie sey $8^0\ 7^1\ 9^2\ 4^3$ ddc.

Da die Ruthen einander gleich sind, so werden diese in der Rechnung zurück gelassen, und dann beym gefundenen dec. mit angeschrieben, das übrige setzt man in die Regel Detri, indem man schließt: 1728^3 ddc. geben 1000^3 dec. also

ddc. : dec. = ddc. : dec.

1728 1000 $7^1 9^2 4^3$

```
                        12
                       ----
                        93²
                        12
                       ----
                        190
                        93
                       ----
                        1120
            |     1000   |     256
   1728     |  --------  |  648 ---- dec.
            |  1120000   |     1728
            |  10368     |
               --------
                 8320
                 6912
                 ------
                 14080
                 13824
                 ------
                  256
```

also $8^0 7^1 9^2 4^3$ ddc. = 8648^3 dec.

§. 89.

Ein Winkel ist die Neigung zweyer Linien die sich in einem Punkte berühren. Die Linien sind die Schenkel, und der Vereinigungspunkt wird der Scheitelpunkt des Winkels genannt.

So ist Fig. 4, b der Scheitelpunkt; ab, cb sind die Schenkel.

Im Schreiben bezeichnen wir einen Winkel so, daß der Buchstabe vom Berührungspunkte in der Mitte steht, z. B. ∠ abc,): Oder man setzt auch: ∠ m, wenn ein kleiner Buchstab an den Scheitelpunkt, zwischen die Schenkel geschrieben ist.

Die Winkel sind stetige Größen.

Denn vereinigen wir zwey Winkel wie m und n, so, daß ihre Scheitelpunkte in einander, und der Schenkel des einen, auf den Schenkel des andern fällt, so entsteht ein unmittelbarer Zusammenhang, weil eine Linie keine Ausdehnung in die Breite hat, folglich ꝛc.

Die Größe eines Winkels hängt nicht von der Länge der Schenkel sondern von deren Neigung gegen einander ab.

Um die Größe eines Winkels durch eine Zahl auszudrücken, muß die Einheit einerley Art, also ein Winkel, seyn. Man hat hierzu den Transporteur, den man auf das Papier, mit der Mittelspitze auf den Scheitelpunkt, und die untere Seite an den einen Schenkel legt, sich dann Linien von den Punkten des Bogen nach der Mittelspitze vorstellt (also Schenkel der Winkel, die zur Einheit gewählt sind) und solche zählt; jeder dieser kleinen Winkel heißt ein Grad.

Auf großen Meßinstrumenten wird jeder Grad in 4 oder 6 Theile getheilt, hingegen in der Rechnung hat jeder Grad 60 Minuten.

Gleiche Winkel decken einander.

Z. B. Wenn Fig. 5 $\angle$ q = p, so muß, wenn d in a und de auf ab fällt, auch df auf ac fallen; denn fiele df wie ag, so wäre $\angle$ q < p, und fiele df wie ah außerhalb, so wäre $\angle$ q > p. Hierbey ist es nicht nothwendig das auch e in b, und f in c, falle, weil die Größe der Winkel nicht von der Länge ihrer Schenkel abhängt.

§. 90.

Wird der Schenkel eines Winkels durch den Scheitelpunkt verlängert, so entstehen auf einer geraden Linie zwey Winkel, davon einer des andern Nebenwinkel genannt wird.

Z. B. In Fig. 6, ist n der Nebenwinkel von m, und m Nebenwinkel von n, wenn ac eine gerade Linie ist.

Der Winkel welcher seinem Nebenwinkel gleich ist, heißt ein rechter.

Wir bezeichnen ihn im Schreiben durch R, z. B. wenn Fig. 7 $\angle$ q = p, so ist jeder ein rechter, und hat nach dem Transporteur 90° = R.

Die Linie, die rechtwinklig auf einer andern steht, nennen wir eine senkrechte (perpendikulaire).

So ist Fig. 7 db senkrecht auf ac, auch cb senkrecht auf bd, weil $\angle$ p = R.

Der Winkel welcher größer als ein rechter ist, heißt ein stumpfer.

So ist Fig. 6 der Winkel n ein stumpfer, weil $n > R$.

Der Winkel der kleiner als ein rechter ist, heißt ein spitzer.

So ist Fig. 6 der Winkel m ein spitzer, weil $\angle m < R$.

§. 91.

Jeder Winkel mit seinem Nebenwinkel zusammen genommen ist gleich zwey rechten

Z. B. Fig. 8, ist $\angle n + m = 2 R$.

Denn man stelle sich eb senkrecht auf ac vor, und betrachte $\angle x$, so ist

$\angle m + x = R$ weil eb senkrecht

$\angle n - x = R$ — —

$\angle m + x + n - x = 2 R$. Gleiches zu Gleichem addirt

$\angle m + + n = 2 R$. wenn $+x$ und $-x$ gestrichen §. 5.

Wenn ein Winkel gegeben ist, seinen Nebenwinkel zu finden.

Es sey der gegebene Winkel $87^\circ 45'$.

Man subtrahire den gegebenen von $2 R. = 180^\circ$

$2 R. = 180^\circ$

$87^\circ 45'$ der gegebene Winkel

$92^\circ 15'$ der Nebenwinkel.

Alle Winkel aus einem Punkte einer geraden Linie, auf einer Seite, sind gleich zwey rechten.

Alle Winkel um einen Punkt sind gleich vier rechten.

Dieses folgt aus dem Vorhergehenden.

§. 92.

Durchschneiden sich zwey Linien, so sind die Scheitelwinkel einander gleich.

Z. B. Fig. 9, ist $\angle n = m$.

Denn man betrachte den Winkel x; so ist

$\angle\ m + x = 2R.$ weil es Nebenwinkel (§. 91.)

$\angle\ n + x = 2R.$ — — — —

$\angle\ m + x = n + x$ weil 2 Größen der dritten. 2 R. ꝛc.

$x = x$ jede Größe sich selbst gleich.

$\angle\ m = n$ Gleiches von Gleichem subtrahirt.

§. 93.

Die von 3 Linien eingeschlossenen Flächen sind Dreyecke. Sie sind gleichseitig wenn alle 3 Seiten einander gleich, gleichschenklig wenn zwey Seiten einander gleich, ungleichseitig wenn keine Seite der andern gleich.

Sie sind rechtwinklig wenn der eine Winkel ein rechter, stumpfwinklig wenn ein Winkel ein stumpfer, spitzwinklig wenn alle drey Winkel spitze sind.

§. 94.

Sind zwey Seiten und der eingeschlossene Winkel des einen Dreyecks, gleich solchen Stücken in dem andern, so sind die Dreyecke einander gleich.

Z. B. Fig. 10, wenn ab = de, ac = df, ∠ m = n, so ist auch △ A = △ B.

Denn man denke sich A auf B so gelegt, das ab in de fällt, welches geschehen kann, weil ab = de ist. Es fällt alsdann auch ac auf df, weil ∠ m = n ist. Auch fällt c in f weil ac = df ist; auch fällt cb in fe weil ihre Endpunkte in einander liegen, mithin fallen die Gränzen dieser Dreyecke in einander, folglich ꝛc. Hieraus folgt das auch cb = fe, ∠ u = v, ∠ x = y ist, das heißt:

In gleichen Dreyecken sind die Winkel welche gleichen Seiten gegenüberstehen, einander gleich, wie auch die Seiten welche gleichen Winkel gegenüber stehen.

§. 95.

In jedem Dreyeck ist der äußere Winkel größer als jeder der innern ihm entgegenstehenden.

Z. B. Fig. 11, ist ∠ n > m.

Denn man theile cb in d in zwey gleiche Theile, ziehe ad verlängert bis de = ad, ziehe ec und betrachte △ A, △ B, in diesen ist

bd = dc weil bc in zwey gleiche Theile getheilt.
∠ x = y als Scheitelwinkel (§. 92.)
ad = de nach der Construktion.

△ A = B weil 2 Seiten und ein Winkel ꝛc. (§. 94.)
∠ m = q in gleichen Dreyecken gleichen ꝛc.
∠ n > q der Schenkel cf außerhalb.

∠ n > m wenn statt q das gleiche m gesetzt wird.

§. 96.

In jedem Dreyeck sind zwey Winkel zusammengenommen kleiner als zwey rechte.

Z. B. Fig. 12, ist $\angle m + n < 2R.$

Denn man betrachte den äußern Winkel x, so ist

$x > m$ weil x ein äußerer

$x + n = 2R.$ weil es Nebenwinkel

$m + n < 2R.$ wenn statt x das kleinere m gesetzt wird.

§. 97.

Parallel-Linien sind solche, die sich verlängert nie schneiden, sondern in allen Orten gleich weit von einander stehen.

Wir bezeichnen solches durch das Zeichen ⧣.

§. 98.

Stoßen zwey Linien an eine dritte so, daß ihre entgegenstehenden beyden Winkel zusammengenommen gleich zwey rechten sind, so sind diese Linien parallel.

Z. B. wenn Fig. 13 $\angle p + q = 2R$, so ist ah ⧣ ck.

Denn durchschnitten sich diese Linien durch k und h verlängert, in irgend einem Punkte, so entstände ein Dreyeck, in welchem die zwey $\angle p + q = 2R.$, welches aber nach §. 96. nicht seyn kann.

Nun ist aber auch

$\angle p + m = 2R.$ weil es Nebenwinkel.

$\angle q + n = 2R.$ — — —

$\angle p + m + q + n = 4R.$ Gleiches zu Gleichem addirt

$\angle p + q = 2R.$ nach der Voraussetzung

$\angle m + n = 2R.$ Gleiches von Gleichem subtrahirt.

Also können sich auch diese Linien durch a und c verlängert nicht schneiden, weil sonst ebenfalls ein Dreyeck entstände, in welchem die zwey $\angle\, m + n = 2\, R$ seyn würden.

§. 99.

Sind zwey parallelen von einer dritten geschnitten, so müssen die entgegenstehenden Winkel zusammengenommen zwey rechten gleich seyn.

Denn man setze, es wäre in Fig. 14 $\angle\, n. + m < 2\, R$, und ziehe eg, so daß $\angle\, n + \angle\, heg = 2\, R$ ist, so wird eg $\#$ bc seyn.

Da nun aber ef innerhalb fällt (weil $\angle\, m < \angle\, heg$), sich also der Linie bc mehr wie eg nähert, so kann nicht auch ef $\#$ bc seyn.

Auf ähnliche Art beweiset man, daß wenn $\angle\, q + p > 2\, R$, de auch nicht $\#$ ab seyn kann.

§. 100.

Werden zwey parallelen von einer dritten geschnitten, so sind die Scheitel und Wechselwinkel einander gleich.

Z. B. in Fig. 15 ist, wenn ab $\#$ cd, auch $\angle\, m = n = p = q$, und auch $\angle\, u = v = x = y$. Denn es ist

$\angle\, m + v = 2\, R$, weil es Nebenwinkel.

$\angle\, p + v = 2\, R$, weil ab $\#$ cd.

$\angle\, m + v = p + v$ weil 2 Größen der dritten, 2 R, gleich

$v = v$ jede Größe sich selbst gleich

$\angle\, m = p$ Gleiches von Gleichem subtrahirt;

und weil die andern Neben- oder Scheitelwinkel sind, so ist 2c.

§. 101.

In jedem Dreyecke sind 3 Winkel zusammengenommen gleich zwey rechten.

Z. B. in Fig. 16 ist $\angle m + n + p = 2\,R$.

Denn man ziehe $cd \# ab$ und betrachte $\angle x$, $\angle y$, so ist

$\angle m = y$, weil es Wechselwinkel

$\angle n = x$, — — —

$\angle p = p$, jede Größe sich selbst gleich

$\angle m + n + p = y + x + p$, Gleiches zu Gleichem addirt

$2\,R = y + x + p$, weil es Nebenwinkel

$\angle m + n + p = 2R$, zwei Größen der dritten $y + x + p$ ꝛc.

Wenn zwey Winkel eines Dreyecks gegeben sind, den dritten zu finden.

Es sey z. B. $\angle m = 58° \, 45'$, $\angle n = 47° \, 30'$, den Winkel p zu finden.

Man addire die zwey gegebenen, und ziehe deren Summe von $2\,R = 180°$ ab, als:

$\angle m$	=	54°	45'	
$\angle n$	=	87	30	
		106°	15'	Summe
2 R	=	180		
		73°	45'	$= \angle p$.

§. 102.

In jedem Dreyeck ist der äußere Winkel so groß als die zwey innern ihm entgegenstehenden.

Z. B. in Fig. 16, ist $\angle q = m + n$.

Denn man ziehe $cd \# ab$ so ist

$\angle m = y$, weil $cd \# ab$
$\angle n = x$, — —

$\angle m+n = y+x$, Gleiches zu Gleichem addirt
$\angle q = y+x$, nach der Figur

$\angle q = m+n$, weil 2 Größen der dritten, $y+x$, gleich.

Wenn ein äußerer und ein innerer ihm entgegenstehender Winkel gegeben ist, die andern Winkel zu finden.

Es sey z. E. in Fig. 16, $\angle q = 112^\circ\ 30'$, $\angle m = 58^\circ\ 15'$ Man ziehe den entgegenstehenden innern Winkel von dem äußern ab, so hat man den andern entgegenstehenden, und ziehe wieder den äußern von 2 R ab, so kömmt sein innerer Nebenwinkel, also:

$\angle q = 12^\circ\ 30'$	und	$2R = 180^\circ$	
$\angle m = 58\ \ 15$		$\angle q = 112\ \ 30$	
$\angle n = 54^\circ\ 15'$		$\angle p = 67^\circ\ 30'$	

§. 103.

In jedem gleichschenkligen Dreyeck sind die Winkel an der Grundlinie einander gleich.

Wenn z. B. in Fig. 17. $ab = bc$, so ist auch $\angle m = n$. Denn man stelle sich durch bd den Winkel o in zwey gleiche Theile getheilt vor, nnd betrachte $\triangle A$, $\triangle B$, in diesen ist,

$ab = bc$, weil das Dreyeck abc gleichschenklig
$\angle p = q$, weil $\angle o$ in zwey gleiche Theile getheilt
$bd = bd$, jede Größe sich selbst gleich

$\triangle A = B$, weil 2 Seiten u. der eingeschlossene Winkel rc.
$\angle m = n$, in gleichen Dreyecken gleichen Seiten gegenüber.
Auch ist $\angle v = w$, und $ad = dc$

Das heißt, die aus der Spitze des Dreyecks auf die Grundlinie senkrecht gezogene Linie, theilt die erstere wie auch den Winkel an der Spitze, in zwey gleiche Theile.

Wenn in einem gleichschenkligen Dreyecke der Winkel an der Spitze gegeben ist, die Winkel an der Grundlinie zu finden.

Z. B. in Fig. 17, sey $\angle o = 54^\circ\ 30'$

Man subtrahire den gegebenen Winkel von 2 R, und dividire den Rest mit zwey.

$$\begin{array}{l} 2\,R = 180^\circ \\ \angle o = \underline{54^\circ\ 30'} \\ \quad 2\ |125^\circ\ 30'|\ 62^\circ\ 45' = \angle m = n. \end{array}$$

Wenn in einem gleichschenkligen Dreyecke ein Winkel an der Grundlinie gegeben ist, die beyden andern zu finden.

Z. B. $\angle n = 74^\circ\ 45'$

Da die Winkel an der Grundlinie einander gleich sind, so wird der eine mit zwey multiplizirt und das Produkt von 2 R subtrahirt, als:

$$\begin{array}{l} \angle n = 74^\circ\ 45' = \angle m \\ \qquad\qquad \underline{\qquad 2 \qquad} \\ \qquad\qquad 149^\circ\ 30' \\ 2\,R = \underline{180 \qquad\qquad} \\ \qquad\qquad 30^\circ\ 30' = \angle o \end{array}$$

§. 104.

In jedem gleichschenkligen Dreyecke ist

der äußere Winkel an der Spitze zweymal so groß, als der Winkel an der Grundlinie.

Z. B. in Fig. 17 ist $\angle x = 2\,m$. Denn es ist

$\angle x = m + n$, weil x ein äußerer (§. 102.)

$\angle m = n$, weil $ab = bc$

$\angle x = m + m = 2m$, wenn statt n das gleiche m gesetzt.

Wenn in einem gleichschenkligen Dreyecke der äußere Winkel an der Spitze gegeben ist, die innern Winkel zu finden.

Z. B. der äußere $\angle x = 115^\circ\ 30'$

Man dividire den äußern Winkel mit zwey, so hat man die Winkel an der Grundlinie, und subtrahire den äußern Winkel von 2 R, so erhält man den an der Spitze.

$$\angle x = 115^\circ\ 30' \;\Big|_{2}\; 57^\circ\ 45' = \angle m = n,$$

$$\begin{array}{r} 2\,R = 180^\circ \\ \angle x = 115^\circ\ 30' \\ \hline 64^\circ\ 30' = \angle c. \end{array}$$

Wenn in einem gleichschenkligen Dreyecke der äußere Winkel an der Grundlinie gegeben ist, die innern Winkel zu finden.

Z. B. der äußere $\angle y = 128^\circ\ 45'$

Man subtrahire den äußern Winkel von 2 R, so erhält man einen innern an der Grunlinie; diesen von dem gegebenen äußern subtrahirt, giebt den Winkel an der Spitze, als

$$\begin{array}{r} 2\,R = 180^\circ \\ \angle y = 128^\circ\ 45' \\ \hline 51^\circ\ 15' = \angle n = m \\ \hline 77^\circ\ 30' = \angle o. \end{array}$$

§. 105.

In jedem gleichseitigen Dreyecke sind alle drey Winkel einander gleich, und jeder $= \frac{2R}{3} =$ 60°.

Wenn z. B. in Fig. 18 ab = bc = ac, so ist auch ∠ m = n = q.

Denn es ist

∠ m = n, weil ab = bc

∠ m = q, weil ac = bc

∠ m = n = q, weil zwey Größen der dritten, m, gleich.

§. 106.

Ist eine Linie und die zwey anstoßenden Winkel des einen Dreyecks, gleich solchen Stücken im andern, so sind die Dreyecke einander gleich.

Wenn z. B. in Fig. 19, ab = de, ∠ m = n, ∠ p = q, so ist △ A = B.

Denn man kann sich A auf B so gelegt denken, daß ab in de liegt, weil ab = de.

Es liegt alsdann auch ac auf df, weil ∠ m = n; auch bc auf ef, weil ∠ p = q.

Also liegen die Gränzen dieser Dreyecke in einander, und sind daher einander gleich.

§. 107.

Sind drey Seiten eines Dreyecks gleich diesen Stücken in einem andern, so sind die Dreyecke einander gleich.

Wenn z. B. in Fig. 20, ab = ab, ad = ac, bd = bc; so ist auch △ A = △ B.

Denn man denke sich A an B so gelegt, daß ab in ab liegt, welches seyn kann, weil ab = ab ist, ziehe cd, und betrachte △ adc, bde in diesen ist.

∠ w	= v,	weil ac = ad
∠ y	= x,	— bc = bd
∠ w + y	= v + x,	Gleiches zu Gleichem addirt
∠ m	= n,	nach der Figur das Gleiche gesetzt
ad	= ac,	nach der Voraussetzung
bd	= bc,	— — —
△ A	= △ B,	weil 2 Seiten und ein Winkel ꝛc.

§. 108.

Dreyecke sind also völlig bestimmt und nicht zweyerley möglich

Erstens. Wenn 3 Seiten gegeben sind.

Es sey z. B. in Fig. 21, ab = 12, ac = 14, bc = 9 gegeben.

Man ziehe eine Linie und setze von a nach b 12 ab. Nehme 14 in Zirkel und beschreibe aus a bey c einen Bogen. Nehme hierauf 9 in Zirkel und beschreibe aus b einen Bogen der den aus a durchschneidet. Zieht man nun die Punkte ac, bc, zusammen, so ist das Dreyeck abc construirt, und nach §. 107 kein anderes als ein solches, möglich.

Zweytens. Wenn zwey Winkel und eine Seite gegeben.

Es sey z. B. in Fig. 22, ab = 14, ∠ m = 50°, ∠ n = 40°.

Man ziehe eine Linie und setze von a nach b 14 ab. In a errichte man durch Hülfe des Transporteurs den Winkel m = 50° und ziehe den Schenkel ac unbestimmt

in Bley. In b errichte man den Winkel n = 40° und ziehe den Schenkel bc bis er ac schneidet. Endlich wird ac gezogen, und dann ist das △ abc construirt, wo denn nach §. 07 kein anderes Dreyeck möglich bleibt.

Drittens. Wenn zwey Seiten und ein Winkel gegeben.

Hier finden aber wieder drey verschiedene Fälle statt.

Erster Fall. Wenn der gegebene Winkel von den gegebenen Seiten eingeschlossen ist.

Es sey z. B. in Fig. 23, ab = 14, ∠m = 55°, ac = 12; so ziehe man eine Linie ab, und setze von a nach b 14 ab. In a errichte man einen Winkel m = 55° und ziehe den Schenkel ac in Bley. Von a nach c werden 12 abgesetzt und cb gezogen, dann ist das △ abc construirt, und kein anderes möglich. (§. 94.)

Zweyter Fall. Wenn der gegebene Winkel der größten der gegebenen Seiten gegenüber steht.

Es sey z. B. in Fig. 24, ∠m = 46°, ab = 10, bc = 13, gegeben:

Man ziehe eine Linie ac von unbestimmter Länge in Bley. Aus einem Punkte a errichte man deu Winkel m = 46°, und ziehe dessen Schenkel in Bley. Aus a setze man nach b 10 ab; nehme 13 in Zirkel, setze eine Spitze in b, beschreibe einen Bogen nach der Linie ac, welcher die Linie in c schneidet; ziehe hierauf ac und bc zusammen, wo dann abc das Dreyeck, und kein anderes möglich ist.

Dritter Fall. Wenn der gegebene Winkel der kleinsten der gegebenen Seiten gegenüber steht.

Es sey z. B. in Fig. 25 $m = 35°$, $ab = 15$ $bc = 9$: Man ziehe eine Linie ac in Bley, mache den $\angle m = 35°$ und dessen Schenkel $ab = 15$, nehme 9 in Zirkel und beschreibe einen Bogen, der ac in zwey Punkten, c und d, schneidet; zieht man nun bd, so entsteht, durch die gegebenen Theile, das Dreyeck abd; und zieht man bc, so entsteht durch eben diese Theile das Dreyeck bca; und so sind zwey verschiedene Dreyecke construirt. Wäre $bc = 6$ gegeben, so wäre das Dreyeck unmöglich, weil der Bogen aus b die Linie ac nie schneiden oder berühren kann.

§. 109.

In jedem Dreyeck steht der größten Seite der größte Winkel gegenüber.

Wenn z. B. in Fig. 26, $ac > ab$, so ist auch $\angle m > n$. Denn man mache $ad = ab$, ziehe db, und betrachte $\triangle$ A, $\triangle$ B, so ist

$\angle x > n$, weil x der äußere im $\triangle$ B
$\angle y = x$, weil $ab = ad$ im $\triangle$ A

$\angle y > n$, wenn statt x das kleinere n gesetzt ist
$\angle m > y$, weil der Schenkel bc außerhalb

$\angle m > n$, um so mehr weil statt y das noch kleinere n gesetzt ist.

§. 110.

In jedem Dreyeck steht dem größten Winkel auch die größte Seite gegenüber.

Wenn z. B. in Fig. 27 $\angle m > n$, so ist auch $ac > ab$. Denn nimmt man an

1) Daß $ac = ab$ wäre, so müßte nach §. 103 auch $\angle m$

$=$ n seyn, welches aber der Voraussetzung, das m $>$ n seyn soll, zuwider ist.

2) Daß ac $<$ ab wäre, so müßte nach §. 109 auch $\angle$ m $<$ n seyn, welches aber auch der Voraussetzung entgegen ist. Da nun nicht ac $=$ ab, auch nicht ac $<$ ab seyn kann, so muß ac $>$ ab seyn.

§. 111.

In jedem Dreyeck sind zwey Linien zusammengenommen größer als die dritte.

Z. B. in Fig. 28 ist ac + bc $>$ ab.

Denn man mache cd $=$ cb, ziehe db, und betrachte $\triangle$ A, so ist

$\angle$ n $=$ x, weil cd $=$ cb im $\triangle$ A
$\angle$ m $>$ x, weil der Schenkel ab außerhalb

$\angle$ m $>$ n, wenn statt x das gleiche n gesetzt wird
ad $>$ ab, weil ab dem größten $\angle$ m gegenüber, im $\triangle$ abd
ad $=$ ac + cb, weil cd $=$ cb gemacht

---

ac + cb $>$ ab, statt ad das gleiche ac + cb gesetzt.

§. 112.

Vierecke heißen die von 4 Linien eingeschlossenen Flächen.

Parallelogrammen heißen die Vierecke deren gegenüberstehende Seiten parallel sind.

Quadrate heißen solche Parallelogrammen welche rechtwinklig und gleichseitig sind.

Rechtecke heißen solche Parallelogrammen, die rechtwinklig ohne gleichseitig zu seyn, sind.

§. 113.

Der Inhalt eines Rechtecks ist das Produkt aus der Grundlinie in die Höhe.

Z. B. in Fig. 29 ist ab × bc, der Inhalt des Rechtecks A.

Denn um die Größe einer Fläche durch eine Zahl auszudrücken muß die Einheit einerley Art (eine Fläche) seyn. Man wählet hierzu die Fläche eines Quadrats, und so oft wie nun ab, die Seite dieses Quadrats, m, enthält, so viele solcher Quadrate sind in einer Reihe an ab; und so oft wie bc die Größe dieses Quadrats enthält, so viele solcher Reihen sind in dem Rechteck möglich. Gesetzt es sey

ab = 12, Länge
bc = 5, Breite, so ist
ab × bc = 60, der Flächeninhalt von A.

Wenn die Grundlinie und die Höhe eines Rechtecks gegeben sind, den Inhalt desselben zu finden.

Es sey Z. B. 430 die Grundlinie, 210 die Höhe; so multiplizirt man die Grundlinie mit der Höhe, als

430, Grundlinie
210, Höhe
4300
86
90300 der Inhalt.

Wenn der Inhalt und die Grundlinie gegeben ist, die Höhe des Rechtecks zu finden.

Es sey Z. B. 84096 der Inhalt, 384 die Grundlinie; so dividirt man die Grundlinie in den Inhalt, also:

Grundlinie	Inhalt	Höhe
384	84096	219
	768	
	729	
	384	
	3456	
	3456	

§. 114.

Der Inhalt eines Quadrats ist die zweyte Dignität einer seiner Seiten.

Z. B. in Fig. 30 ist ab der Inhalt des Quadrats A. Denn weil ein Quadrat ein Rechteck ist, dessen Grundlinie ab, der Höhe bc gleich, so hat man zwey gleiche Faktoren. Gesetzt es sey

$ab = 12$, Grundlinie
$ab = bc = 12$, Höhe, so ist
$ab \times ab = 144$, Inhalt des Quadrats.

Wenn der Inhalt eines Quadrats bekannt ist, die Seite desselben zu finden.

Es sey Z. B. 6084 der Inhalt des Quadrats; so ziehe man aus dem gegebenen Inhalt die Quadratwurzel.

also	60	84	Inhalt des Quadrats
	49		78, Seite eines Quadrats.
	11	84	
	(1	48)	
	11	84	

Aus dem Vorigen folgt daß nach dem dec. 1 Quadratruthe (1 □°) = 10 × 10 = 100 □', nach dem ddc. aber 1 Quadratruthe = 12 × 12 = 144 □' ist; weil die Höhe der Grundlinie gleich ist, und man diese multi-

pliziren muß; so hat nun überhaupt eine Quadrat-ruthe

dec.		ddc.
100 □^{1}	———	144 □^{1}
oder 10000 □^{2}	———	20736 □^{2}
oder 1000000 □^{3}	———	2985984 □^{3}
oder 100000000 □^{4}	———	429981696 □^{4}

Eine in ddc. ausgedrückte Fläche in dec. zu bestimmen.

Z. B. die gegebene Fläche sey 18 □° 126 □^{1} 121 □^{2}. Da die Quadratruthen einander gleich sind, so bleiben sie aus der Rechnung, das übrige ist nach der Regel de Tri; also

ddc. : dec. = ddc. : dec.

20739 □^{2} 10000 □^{2} 126 □^{1} 121 □^{2}

144

121
504
504
126

18265 □^{2}

10000

20736 | 182650000 | 8856 □^{2} dec.

165888

177620
165888

117320
103680

136400

Also sind 18 □° 126 □^{1} 121 □^{2} ddc. = 188856 □^{2} dec. Maaß; weil man das Quadratmaaß in Decimalmaaß, so wie dessen Längenmaaß zusammen schreiben kann.

§. 115.

Die Diagonale (eine Linie die durch zwey entgegenstehende Winkel geht) theilt jedes Parallelogrammen in zwey einander gleiche Dreyecke.

Z. B. in Fig. 31, ist △ A = B; Denn es ist
ac = ac, jede Größe sich selbst gleich
∠ m = n, weil ab ⧣ dc
∠ q = p, weil ad ⧣ bc

△ B = △ A, weil 2 Winkel und eine Seite ꝛc.
und ab = dc, ad = bc, ∠ b = d, in gleichen Dreyecken ꝛc.
das heißt:

In jedem Parallelogrammen sind die gegenüberstehenden Seiten und Winkel einander gleich.

§. 116.

Zwischen zwey Parallelen sind alle senkrechte, wie auch überhaupt alle parallele Linien einander gleich.

Z. B. in Fig. 82, wenn ∠ n = m = R und ac ⧣ bd, so ist auch ab = dc;
Denn da ac ⧣ bd, und ∠ m + n = 2R, auch ab ⧣ cd; so ist A ein Parallelogrammen und ab = dc, als gegenüberstehende Seiten.

§. 117.

Die Höhe eines Parallelogrammen ist die senkrechte Linie die man zwischen ihre gegenüber stehenden Seiten ziehen kann.

Z. B. in Fig. 33, wenn ab die Grundlinie, so ist mn = cp, der Höhe.

Die Höhe eines Dreyecks ist die senkrechte Linie die man von der entgegenstehenden Spitze senkrecht auf die Grundlinie oder auf die Verlängerung derselben ziehen kann.

Wenn Z. B. in Fig. 34 ab die Grundlinie, so ist cm die Höhe; ist aber ac die Grundlinie, so ist bn die Höhe.

§. 118.

Jedes Parallelogrammen (Plgr.) ist einem Rechteck gleich, das mit ihm gleiche Grundlinie und Höhe hat.

Z. B. in Fig. 35 ist Plgr. abcd gleich dem Rechteck abef. Denn man lege abcd auf abef, so daß ihre Grundlinien in einander fallen, welches geschehen kann da sie einander gleich sind. Es fallen alsdann auch die den Grundlinien entgegenstehende Seiten dc, fe auf eine Linie, weil die Höhen einander gleich sind. Nun falle der Punkt d in e, so betrachte man △ A, B, C.

so ist ab = dc, als gegenüberstehende Seiten im Plgr.
ab = fe, — — — — Rechteck.

dc = fe, weil 2 Größen der dritten, ab, gleich.
be = af, gegenüberstehende Seiten im Rechteck
bc = ae, — — — — Plgr.

△ B = △ A, weil 3 Seiten des einen ꝛc.
△ C = △ C, jede Größe sich selbst gleich

△ B + C = A + C Gleiches zu Gleichem addirt
Plgr. abcd = abef, nach der Figur das Gleiche gesetzt.
Oder es falle d zwischen fe, so ist:

ab = dc = fe, wie vorhin gezeigt
de = de, jede Größe sich selbst gleich

dc − de = fe − de, Gleiches von Gleichem subtrahirt
ec = fd, nach der Figur das Gleiche gesetzt
bc = ad, gegenüberstehende Seiten im Plgr.
be = af, — — — Rechteck

△ B = △ A, weil 3 Seiten des einen ꝛc.
C = C, jede Größe sich selbst gleich

△ B + C = △ A + C, Gleiches zu Gleichem addirt
Plgr. abcd = abef, nach der Figur das Gleiche gesetzt.

Oder es falle d in die Verlängernng fe, so ist:

ab = dc = fe, wie vorhin gezeigt ist
ed = ed, jede Größe sich selbst gleich

dc + ed = fe + ed, Gleiches zu Gleichem addirt
ec = fd, nach der Figur das Gleiche gesetzt
bc = ad, gegenüber im Parallelogrammen
be = af, — — — Rechteck

△ bce = adf, weil 3 Seiten des einen gleich ꝛc.
D = D, jede Größe sich selbst gleich

bce − D = adf − D, Gleiches von Gleichem subtrahirt
A = B, nach der Figur das Gleiche gesetzt
C = C, jede Größe sich selbst gleich

A + C = B + C, Gleiches zu Gleichem addirt
abcd = abef, nach der Figur das Gleiche gesetzt.

§. 119.

Der Inhalt eines jeden Parallelogrammen ist das Produkt der Grundlinie multiplizirt mit der Höhe.

Z. B. in Fig. 35 ist ab × cn = dem Inhalt abcd.

Weil

Weil dies der Inhalt des Rechtecks nach §. 113 und das Prallelogrammen seinem Rechteck gleich ist.

Wenn die Grundlinie nnd die Höhe eines Parallelogrammen gegeben sind, den Inhalt desselben zu finden.

Es sey z. B. 320 die Grundlinie, 130 die Höhe. Man multiplizire die Grundlinie mit der Höhe, als

320,	Grundlinie
130,	Höhe
9600	
32	
41600	der Inhalt des Parallelogrammen.

Wenn ein Winkel, der Inhalt, und die Grundlinie eines Parallelogrammen gegeben sind, die Höhe zu finden und es zu zeichnen.

Z. B. in Fig. 33 sey $\angle \propto = 51°$, der Inhalt 57,33, die Grundlinie 9,1 gegeben.

Man dividire die Grundlinie in den Inhalt, so ergiebt sich die Höhe, als:

Grundlinie	57,33	Inhalt
9,1	546	6,3 Höhe
	273	
	237	

Nun ziehe man die Grundlinie ab $=$ 9,1 errichte in b den Winkel $\propto = 51°$; ferner ziehe man in der Entfernung von 6,3, von ab, die Linie cd, ab, und endlich ad $\#$ bc, so ist das Parallelogrammen wie es verlangt worden, gezeichnet.

§. 120.

Der Inhalt eines Dreyecks ist das halbe Produkt aus der Grundlinie in die Höhe.

Z. B. in Fig. 35, ist $\frac{ab \times cn}{2}$ der Inhalt des $\triangle$ D.

Weil jedes Parallelogrammen diesem ganzen Produkte gleich, und das Dreyeck nur die Hälfte eines Parallelogrammen ist, das mit ihm gleiche Grundlinie und Höhe hat.

Wenn die Grundlinie und die Höhe eines Dreyecks gegeben sind, den Inhalt zu finden.

Es sey Z. B. die Grundlinie 320, und die Höhe 130.

Man multiplicire die Grundlinie mit der Höhe und dividire das Produkt mit 2, als:

320 die Grundlinie
130 die Höhe
9600
32
2 | 41600 | 20800 der Inhalt des Dreyecks.

Wenn die Grundlinie, ein an diese anstoßender Winkel, und der Inhalt eines Dreyecks gegeben sind, die Höhe zu finden und das Dreyeck zu zeichnen.

Es sey Z. B. in Fig. 34, die Grundlinie 17,5; der Inhalt 43,75; der Winkel an der Grundlinie 32°.

Man multiplizire den Inhalt mit 2, und dividire dieses Produkt mit der Grundlinie, so erhält man die Höhe.

Grundlinie 17,5	43,75 der Inhalt	
	2	
	87,50	5 die Höhe.
	875	

Nun ziehe man die Grundlinie ab $=$ 17,5 lang, errichte in a den Winkel $x = 32^\circ$, und ziehe in der Entfernung von 5 die Linie de # ab, so wird diese Linie, ac in c schneiden; zieht man nun cb, so ist A das verlangte Dreyeck.

§. 121.

Die Inhalte der Dreyecke, die gleiche Grundlinien und Höhen haben (einerley Grundlinien und zwischen Parallelen sind), sind einander gleich.

Z. B. wenn in Fig. 36, ab # de, so ist auch $\triangle B = \triangle C$.

Denn berechnet man ihre Inhalte, so ist

de $=$ de, jede Größe sich selbst gleich

af $=$ bg, weil ab # de und es senkrechte sind

$de \times af = de \times bg$, Gleiches mit Gleichem multipl.

$\frac{de \times af}{2} = \frac{de \times bg}{2}$, Gleiches mit Gleichem mit 2 divid.

$\triangle B = \triangle C$, nach der Figur das Gleiche gesetzt.

§. 122.

Die Inhalte der Dreyecke, die gleiche Höhen haben, verhalten sich wie ihre Grundlinien.

z. B. in Fig. 37 ist $\triangle B : \triangle A = ad : dc$, weil eh zu beyden die Höhe ist.

Denn man berechne die Inhalte dieser Dreyecke; so ist

$\triangle B = \frac{ad \times eh}{2}$, die halben Prod. der Grundl. mit der Höhe multiplizirt.

$\triangle A = \frac{dc \times eh}{2}$ — — — — —

und $\triangle B : \triangle A = \frac{ad \times eh}{2} : \frac{dc \times eh}{2}$, gleiche Größen haben glieche Verhältnisse

$\triangle B : \triangle A = ad \times eh : dc \times eh$, nach §. 41, mit 2 multipl.

$\triangle B : \triangle A = ad : dc$ — — —eh dividirt.

§. 123.

Aehnliche Dreyecke sind solche, worin die drey Winkel des einen, gleich den drey Winkeln des andern.

Sind auch nur zwey Winkel des einen gleich zwey Winkeln im andern, so sind es auch die dritten, weil alle drey Winkel zwey rechten gleich sind.

§. 124.

In ähnlichen Dreyecken haben die Seiten, welche gleichen Winkeln gegenüberstehen, gleiche Verhältnisse.

Wenn z. B. in Fig. 38 $\angle m = n$, und $\angle q = p$; so ist auch $ac : dc = bc : ec = ab : de$.

Denn man kann sich $\triangle A$ auf $\triangle abc$ so gelegt vorstellen, daß cd auf ca, und ce auf cb fällt, weil $\angle m = n$.

Es wird alsdann auch de $\#$ ab fallen, weil $\angle p = q$.

Man ziehe hierauf db, ae und betrachte △ A, B, C, so ist:

△ B = C, weil sie gleiche Grundlinien de, u. de ⵌ ab ist.
△ B : A = ad : dc, weil sie von e aus gleiche Höhen haben.
△ C : A = be : ec — d — —

ad : dc = be : ec, weil C = B, also 2 Verh. dem dritten gl.
(ad + dc) : dc = (be + ec) : ec Componendo.
ac : dc = bc : ec, nach der Figur das Gleiche gesetzt.

Hätte man △ A auf △ abc so gelegt, daß ∠ q in p fiele, so wäre ce ⵌ cb und es würde wie vorhin zu beweisen seyn, daß ac : dc = ab : de sey.

Wenn drey Seiten und die Höhe eines Dreyecks, und eine Seite des ihm ähnlichen Dreyecks bekannt sind, die übrigen Stücke zu finden.

Wenn z. B. in Fig. 39 ac = 210, ab = 183; bc = 187 und die Höhe cg = 176 des einen Dreyecks, und dc = 96 des andern ihm ähnlichen, bekannt, die übrigen Stücke zu finden.

Man setze nach der Regel de Tri also:

ac : dc = cb : ce und eben so ac : dc = ab : de

35 16 187			35 16 183		
16			16		
1122			1098		
187			183		
35	2992	85,4 = ce	35	2928	83,6 = de
280			280		
192			128		
175			105		
170			230		

und ac : dc = cg : ch, weil △ agc ∽ △ dhc, denn es
35 16 176 ist ∠p = q, ∠x = y = R

```
          16
        ----
        1056
       | 176 |
  35   | 2816| 80,4 die Höhe ch
       | 280 |
       ------
         160
```

also 183 die Grundlinie ad, u. de = 83,3 die Grundlinie.

```
  176 die Höhe cg          ch = 80,4 die Höhe
  ---------------              ----------
  1098                          3332
  1281                         6664
  183                          ----------
  ---------               2 | 6697,32 | 3348,66 = △B
2 | 32208 | 16104 = △ A
```

§. 125.

Die Inhalte der ähnlichen Dreyecke verhalten sich wie die Quadrate ihrer ähnlich liegenden Seiten.

Z. B. in Fig. 39 ist $A : B = ac^2 : dc^2 = cb^2 : ce^2 = ab^2 : de^2$ ꝛc.

Denn es ist

ac : dc = cb : ce = ab : de, weil △ A ∽ B

$ac^2 : dc^2 = cb^2 : ce^2 = ab^2 : de^2$, weil die Wurzeln nach §. 68.

Nun betrachte man △ A, B und auch agc, dhc

ac : dc = ab : de, weil △ A ∽ △ B

ac : dc = cg : ch, weil △ acg ∽ △ dhc

$ac^2 : dc^2 = ab \times cg : de \times ch$ zusammengesetzt.

$ac^2 : dc^2 = \frac{ab \times cg}{2} : \frac{de \times ch}{2}$ mit 2 dividirt.

$ac^2 : dc^2 =$ △ A : △ B, nach der Figur das Gleiche gesetzt.

Wenn die Inhalte zweyer ähnlichen Dreyecke, und die Seiten des einen Dreyecks bekannt sind, die Seiten des andern zu finden.

Z. B. in Fig. 39 sey $A = 16104$, $B = 3348,66$, $ac = 210$, die Seite dc zu finden.

Man setze die Proportion

$A : B = ac^2 : dc^2$

16104 3348,66 210

```
          210
          ___
         2100
          42
         _____
         44100
       3348,66
       ________
       33486600
      1339464
     1339464
```

16104	147675906,00	91	70,13	95,8	--- = dc.
	144936	81			
	27399	10	70		
	16104	(1	85)		
	112950	9	25		
	112728	1	45	13	
	22260	(	19	08)	
	16104	1	52	64	
	61560				
	48312				

§. 126.

Eine Linie durch Hülfslinien in 10 gleiche Theile zu theilen.

Z. B. in Fig. 40, ab in 10 gleiche Theile.

Man ziehe aus b die Linie bc senkrecht von ba. Setze auf bc, 10 willkührliche gleich große Theile. Ziehe von a nach dem letzten Theilungspunkte c, und durch alle Theilungspunkte Parallelen mit ab; so ist mn $= \frac{8}{10}$ ab ꝛc. Denn man betrachte die Dreyecke abc, mnc welche ähnlich sind, weil der Winkel bey n = dem bey b, und der bey c beyden gemein, also ist

cn : cb = mn : ab, weil $\triangle$abc $\backsim$ mnc
da nun cn $= \frac{8}{10}$ cb, so ist auch mn $= \frac{8}{10}$ ab ꝛc.

Eine Linie durch Hülfslinien in 100 gleiche Theile zu theilen.

Es soll z. B. in Fig. 41 die Linie ab in 100 gleiche Theile getheilt werden.

Man zerfälle die Zahl 100 in zwey Faktoren wie 10 × 10 = 100.

Ziehe an a und an b die Senkrechte bc, ad, setze auf diese 10 willkührliche gleich große Theile, ziehe diese Punkte zusammen, so sind die Linien parallel mit ab. Dann theile man ab und cd jede in 10 gleiche Theile und ziehe die Theilungspunkte mit schrägen Linien, wie es die Figur zeigt, zusammen, so ist

mn $= \frac{10}{100} + \frac{8}{10} = \frac{18}{100}$ von ab ꝛc. die übrigen Theile.

Hieraus folgt die Verfahrungsart, verjüngte Maßstäbe zu zeichnen. Wie z. B. in Fig. 42, wo ab in 144 gleiche Theile getheilt ist.

Man hat nehmlich 144 in die Faktoren 12. 12 zerfällt, und dann 12 willkührliche Theile auf die gezogene senkrechte gesetzt, und ab in 12 gleiche Theile getheilt.

Oder wie in Fig. 43, wo ab in 12 gleiche Theile getheilt ist, und man die 12 in zwey Faktoren 2. 6 zerfällt hat.

Eine Linie in so viel Theile zu theilen die nicht in zwey Faktoren zerfällt werden können.

Z. B. in Fig. 44 soll ab in 157 gleiche Theile getheilt werden.

Man ziehe unter einem beliebigen Winkel, an der gegebenen Linie ab, eine andere ac, und setze nach einem verjüngten Maßstabe von a nach c, 157 Theile und ziehe cb. Setze dann wieder nach eben diesem Maßstabe von a nach d, 100 Theile und ziehe de ⫲ cb, so ist ae = 100 Theile der gegebenen Linie ab.

Fertigt man nun aus ae einen 100theiligen Maßstab an, so wird ab = 157 dieser Theile seyn.

§. 127.

Wird in einem rechtwinkligen Dreyeck aus der Spitze des rechten Winkels, auf die gegenüberstehende Seite, eine senkrechte gezogen, so entstehen im gegebenen Dreyeck zwey andre, die dem gegebenen ähnlich sind.

Z. B. in Fig. 46, wenn ad senkrecht auf cb, so ist
$\triangle A \backsim \triangle abc \backsim \triangle B$ und
db : ab = ab : bc auch cd : ac = ac : cb. Denn

∠ m = R, weil ad senkrecht
∠ n = R, weil △ abc rechtwinklig

∠ m = n, weil 2 Größen der dritten R gleich
∠ p = p, jede Größe ist sich selbst gleich

△A ∽ abc, weil 2 Winkel des einen ꝛc.
db : ab = ab : bc, in ähnlichen Dreyecken ꝛc.
und ∠ n = r, weil ad senkrecht und △ abc rechtwinklig
∠ q = q, jede Größe sich selbst gleich

△abc ∽ B, weil 2 Winkel des einen ꝛc.
cd : ac = ac : cb, in ähnlichen Dreyecken ꝛc.

§. 128.

In jedem rechtwinkligen Dreyeck sind die Quadrate der beyden Catheten (Seiten die den rechten Wtnkel einschließen) zusammen so groß, als das Quadrat der Hypothenuse (Seite die dem rechten Winkel gegenüber).

Z. B. in Fig. 47 ist $ab^2 + ac^2 = bc^2$.

Denn man beschreibe die Quadrate bcgf, M, P und ziehe ad senkrecht auf cb, verlängert bis e, so ist $db + bf = M$, und $cd + cg = N$; es ist aber auch $M + N = cb^2$ und dann

1) $db : ab = ab : bc$, weil △A ähnlich △abc nach §. 24
$bf = bc$, als Seiten des Quadrats bcgf

$db : ab = ab : bf$, statt bc das gleiche bf gesetzt
$ab^2 = db \times bf$, das Produkt der mittlern Glieder dem rc.
$ab^2 = M$, nach der Figur, statt $db + bf$ das Gleiche gesetzt.

2) $cd : ac = ac : cb$, weil △B ∽ abc
$cg = cb$, als Seiten des Quadrats bcgf

$cd : ac = ac : cg$ statt cb das gleiche cg gesetzt
$ac^2 = cd \times cg$, das Produkt der mittlern Glieder dem rc.
$ac^2 = N$, nach der Fig. statt $cd \times cg$ das Gleiche gesetzt
$ab^2 = M$ wie no. 1 gefunden

$ac^2 + ab^2 = N + M$, Gleiches zu Gleichem addirt
$ac^2 + ab^2 = cb^2$, weil $N + M = cb^2$.

Wenn in einem rechtwinkligen Dreyeck die beyden Catheten bekannt sind, die Hipothenuse zu finden.

Z. B. in Fig. 48, wenn $ab = 136$, $ac = 87$; bc zu finden.

Man ziehe aus der Summe der Quadrate der beyden Catheten, die Quadratwurzel, also

ab = 136, ac = 87, ab^2 = 18496
136 87 ac^2 = 7569
816 609 bc^2 = 26065 | 161,4 - - = bc
408 696
136 ac^2 = 7569
ab^2 = 18496

1
1 | 60
(| 26 |)
1 | 56
4 | 65
3 | 21
1 | 44 | 00
(| 32 | 24 |)

Wenn in einem rechtwinkligen Dreyeck die Hipothenuse und eine Cathete bekannt sind die andre zu finden.

Man ziehe das Quadrat der bekannten Cathete vom Quadrat der Hipothenuse ab, und ziehe aus dem Reste die Quadratwurzel.

Es sey z. B in Fig. 49, ab = 126, bc = 184; ac zu finden.

ab = 126 bc = 184
126 184
756 736
252 1472
126 184
15876 = ab^2 33856 = bc^2
15876 = ab^2
1 | 79 | 80 = ac^2
1 134, - - - = ac.
79
(23
69
10 | 80
2 | 6

§. 129.

Haben zwey Seiten des einen Dreyecks mit zwey Seiten eines andern gleiche Verhältnisse, und sind die von diesen Seiten eingeschlossenen Winkel einander gleich, so sind diese Dreyecke ähnlich.

Z. B. in Fig. 50, wenn $ac : df = bc : ef$, und $\angle m = n$, so ist $\triangle A \backsim \triangle abc$, und auch $\angle p = q$, $\angle x = y$; auch $ac : df = ab : de$.

Denn man mache $cg = df$ und ziehe $gh \# ab$, so ist;

$ac : gc = bc : hc$, wie §. 125 zu beweisen

$ac : df = bc : ef$, nach der Voraussetzung.

$hc = ef$, weil $gc = df$ gemacht, also die 2ten Glied. Gl.

$gc = df$, nach der Construktion

$\angle m = n$, nach der Voraussetzung

$\triangle gch = A$, weil 2 Seiten u. der eingeschlossene Winkel ꝛc.

Da nun $\triangle gch \backsim \triangle abc$; so ist es auch das ihm gleiche A.

§. 130.

Die von mehr als vier Seiten eingeschlossenen Flächen sind Vielecke.

Sie heißen regulair, wenn ihre Seiten und Winkel einander gleich sind.

Irregulair, wenn ihre Seiten und Winkel ungleich sind.

§. 131.

Jedes Vieleck läßt sich von einem Punkte

innerhalb, in so viel Dreyecke theilen, als die Figur Seiten hat.

Z. B. in Fig. 51 kann man das Fünfeck in 5 Dreyecke theilen.

Denn jede Seite der Figur giebt ein Dreyeck.

Jedes Vieleck läßt sich durch Diagonalen in so viel Dreyecke theilen, wie die Figur Seiten hat, weniger zwey.

Z. B. in Fig. 52 kann man das Fünfeck in 3 Dreyecke A, B, C theilen.

Denn zu dem ersten Dreyeck A, gehören zwey Figur-Seiten, und zum letzten Dreyeck C, auch zwey.

§. 132.

Alle eingehende Winkel eines Vielecks betragen zusammengenommen, so vielmal 2 rechte, als die Figur Seiten hat, weniger zwey.

Z. B. in dem Fünfeck Fig. 52 sind diese Winkel gleich $3 \times 2 R = 6 R$

Denn in so viel Dreyecke läßt sich die Figur durch Diagonalen theilen; die Winkel dieser Dreyecke zusammengenommen machen aber die Winkel der Figur aus.

Die Summe der eingehenden Winkel im Fünfeck zu finden.

Man multiplizire $2 R. = 180°$ mit der Anzahl Seiten weniger zwey.

$$\begin{array}{l} 2R = 180^\circ \\ \underline{\quad 3} \text{ Anzahl der Seiten weniger zwey im Fünfeck} \\ 540^\circ \text{ Summe der Größe aller Winkel.} \end{array}$$

Wenn in einem Vielecke ein Winkel unbekannt, die andern aber bekannt sind, den unbekannten zu finden.

Wenn z. B. in Fig. 52 $\angle m = 103^\circ$, $\angle n = 81^\circ$, p $= 65^\circ$, $\angle q = 128^\circ$; den Winkel ∞ zu finden.

1) Suche man die Summe aller eingehenden Winkel.

2) Addire man die bekannten und ziehe deren Summe von dem Inhalte aller eingehenden ab; da nun aber der Winkel q außerhalb der Figur liegt, so wird dessen Größe von 4 R subtrahirt.

$$\begin{array}{ll} 4R = & 360^\circ \\ \angle q = & \underline{128^\circ} \\ & 232^\circ = \angle u + v + w \\ \angle p = & 65 \\ \angle n = & 81 \\ \angle m = & \underline{103} \\ & 481^\circ = \angle q + p + n + m \\ & \underline{540^\circ} = \text{Summe aller Winkel im Fünfeck} \\ & 59^\circ = \angle \infty, \text{ der unbekannte.} \end{array}$$

Den Flächeninhalt eines Vielecks zu finden.

Z. B. den Inhalt des Vielecks abcde Fig. 52.

Man theile es in Dreyecke, berechne jedes Dreyeck, und addire deren Inhalte.

ed = 141	ae = 173	ab = 170
81	107 Höhe	97
141	1211	1190
1128	173	1530
2|11421|	2|18511|	2|16490|
5710,5 = $\triangle$C	9255,5 = $\triangle$B	8245 = $\triangle$A

9255,5 = A
8245 = B
23211 = dem Inh. des Vielecks abcde.

Ein Vieleck in bestimmte Theile zu theilen.

Z. B. Fig. 52 in 2 gleiche Theile.

Man berechne den Inhalt, und dividire diesen mit 2.

Von dieser Hälfte subtrahire man das Dreyeck A, so giebt der Rest den Inhalt des Dreyecks N.

Dieser Inhalt, mit 2 multiplicirt und mit ca dividirt, giebt die Höhe.

Zieht man nun in dieser Entfernung mit ca eine parallele so schneidet diese ae in f, und zieht man cf, so theilt solche das Vieleck in zwey gleiche Theile.

2|23211 der Inhalt des Vielecks
11605,5 der Inhalt des einen Theils
8245 = $\triangle$A
3360,5 = $\triangle$N
2

157|6721| 42,8 = der Höhe des $\triangle$ N
628
441
314
127,0
1256

Jedes Vieleck in ein Quadrat zu verwandeln.

Man berechne den Inhalt des Vielecks und ziehe aus diesem die Quadratwurzel.

2	32	11	
1			
1	32		
(	25	)	
1	25		
	7	11	
	(3	02	
	6	04	
	1	07	00
	(	30	43)
		91	29

der Inhalt des Vielecks

152,3 = der Seite eines Quadrats dessen Inhalt dem Inhalte des Vielecks gleich ist.

§. 133.

Aehnliche Vielecke sind die, deren Seiten proportional und in welchen die von proportionalen Seiten eingeschlossenen Winkeln einander gleich sind.

Wenn z. B. in Fig. 53 ab : fg = bc : gh = cd : hk ꝛc. und ∠m = n, p = q ꝛc., so ist auch abcde ∽ fghkl.

Wenn von zwey ähnlichen Vielecken alle Seiten des einen und nur eine Seite des andern bekannt sind, die übrigen Seiten zu finden.

Wenn z. B. in Fig. 53 ab = 170, bc = 109, cd = 95, de = 141, ea = 173 und fg = 120 ist, die Seiten gh, hk, kl, lf zu finden.

Da

Da die Seiten proportional sind, so setze man

ab : fg = bc : gh
17 12 109
12
218
17 | 109
1308 | 76,9 = gh
119
118
102
160

ab : fg = cd : hk
17 12 95
12
190
17 | 95
1140 | 67, = hk
102
120
119
1

ab : fg = de : kl
17 12 141
12
282
17 | 141
1692 | 99,5 = kl
153
162
153
90

ab : fg = ea : lf
17 12 173
12
346
17 | 173
2076 | 122,1 = lf
17
37
34
36
34
20

Setzt man nun diese Seiten unter solchen Winkeln, wie p, ∞ ꝛc. zusammen, so entsteht ein Vieleck das dem gegebenen abcde ähnlich ist.

§. 134.

Aehnliche Vielecke lassen sich durch ähnlich liegende Diagonalen in ähnliche Dreyecke theilen.

Z. B. in Fig. 53 ist $\triangle A \backsim D$, $\triangle B \backsim E$, $\triangle C \backsim F$.
Denn es ist

1) $ab : fg = bc : gh$, weil die Vielecke ähnlich.
$\angle m = n$ — — — —

$\triangle A \backsim \triangle D$, weil 2 Seiten proport. und die eingeschlossenen Winkel gleich (§. 129.),
folglich auch $ab : fg = ac : fh$ und $\angle r = s$ und $\angle v = w$

2) $ab : fg = ac : fh = ea : lf$, weil die Vielecke ähnlich
$v = w$, wie no. 1 gefunden

$\triangle B \backsim \triangle E$, weil 2 Seit. proport. (§. 129)
folglich auch $ae : fl = ec : lh$ und $\angle o = z$.

Auf ähnliche Art wird auch bewiesen, daß das $\triangle C \backsim \triangle F$ rc. von allen Dreyecken die bey einem Vielecke entstehen können.

Wenn die Diagonalen in einem Vielecke bekannt sind, die ähnlich liegenden Diagonalen im andern zu finden.

Wenn z. B. in Fig. 53, $ac = 157$, $ec = 124$, fh, lh zu finden.

Da diese Diagonalen mit den Seiten gleiche Verhältnisse haben, so setze man:

$ab : fg = ac : fh$	$ab : fg = ec : lh$
17 12 157	17 12 124
12	12
314	248
157	124
17 | 1884 | 110,8 = fh	17 | 1488 | 87,5 = lh
17	136
18	128
17	119
140	90
136	
4	

Zeichnet man nun diese Dreyecke an einander, so entsteht wieder ein Vieleck fghkl ∽ abcde.

§. 135.

Die Inhalte der ähnlichen Vielecke verhalten sich wie die Quadrate ihrer ähnlich liegenden Seiten, Diagonalen, oder alle ähnliche in selben bestimmte Linien.

Z. B. in Fig. 53, ist $ab^2 : fg^2 = abcde : fghkl$. Denn es ist

$ab : fg = ac : fh = ec : lh$, weil die Vielecke ähnlich
$ab^2 : fg^2 = ac^2 : fh^2 = ec^2 : lh^2$, weil es die Wurzeln (§ 68)
$ac^2 : fh^2 = \triangle A : \triangle D$, weil es ähnliche Seiten (§ 125)
$ac^2 : fh^2 = \triangle B : \triangle E$ — — —

$ac^2 : fh^2 = (\triangle A + B) : (D + E)$ ein Antecedent ꝛc. (§ 44)
$ac^2 : fh^2 = ec^2 : lh^2 = \triangle C : \triangle F$, weil es ähnliche Seiten

$ac^2 : fh^2 = (\triangle A + B + C) : (\triangle D + E + F)$ ein Anteced.
$ab^2 : fg^2 = abcde : fghkl$, nach der Figur, und weil hier alle Verhältnisse der $ab^2 : fg^2$ gleich sind.

Wenn der Inhalt des Vielecks abcde bekannt ist, den Inhalt des ihm ähnlichen zu finden.

Z. B. es sey $abcde = 23211$ $ab = 170$, $fg = 120$, den Inhalt des Vielecks fghkl zu finden.

Man setzt sie mit den Quadraten der ähnlich liegenden Seiten in Proportion, also:

$ab^2 : fg^2 = abcde : fghkl$

170	120	23211
170	120	144
11900	2400	92844
17	12	92844
289(00	144(00	23211

289 | 3342384 | 11565,3 = fghkl
289
452
289
1633
1445
1888
1734
1544
1445
99,0
867

Wenn der Inhalt eines Vielecks, das einem andern gegebenen Vieleck ähnlich seyn soll, gegeben ist, die Seiten desselben zu finden.

Man sucht erstens eine Seite durch Hülfe des Verhältnisses ihrer Quadrate, und dann die übrigen Seiten wie §. 133 und 134.

Z. B. der Inhalt des Vielecks, das dem gegebenen abcde ähnlich seyn soll, sey 9784.

$abcde : FGHIK = ab^2 : FG^2$

```
23211        9784        170       ∞
            28900        170
           -------      -----
           8805600      28900
           78272
          19568
23211 | 282757600 |  1 | 21 | 82 | 110,3 = FG.
      | 23211     |  1 |
        --------     --  --
         50647        | 21 |
         46422       (| 21 | )
        --------        --   --
          42256            | 82 | 90 |
          23211            | 22 | 0  |
        --------
         190450
         185688
        --------
           47420
           26422
          -------
          209780
          208899
          -------
            8810
```

Das Finden der übrigen Seiten, so wie auch das Zeichnen dieses Vielecks, geschieht nach §. 133. u. §. 134.

§. 136.

Der Zirkel ist eine runde Fläche, deren Umfang (Peripherie) von einem Punkte innerhalb (Mittelpunkt, auch Centrum) aller Orten gleich weit entfernt ist.

Halbmesser (Radius) heißt die Linie die vom Mittelpunkte nach dem Umfange gezogen wird, wie in Fig. 54, ab.

Alle im Zirkel gezogene Halbmesser sind einander gleich. Z. B. ab = ac, weil der Umfang aller Orten gleich weit vom Mittelpunkt entfernt ist.

Durchmesser (Diameter) heißt die Linie, die durch den Mittelpunkt geht und mit beyden Enden an den Umfang stößt; wie Z. B. db.

Der Durchmesser ist dem Halbmesser, zweymal genommen, gleich; denn da ad = ab, so ist db = 2ab.

Sehne (Corde) heißt die Linie die im Zirkel mit den beyden Enden an den Umfang stößt, und nicht durch den Mittelpunkt geht, wie Z. B. ef.

Tangente (Berührungslinie) heißt die Linie außerhalb dem Zirkel, welche ihn nur in einem Punkte berührt, wie Z. B. gh; und k heißt der Berührungspunkt.

Centriwinkel heißt der Winkel dessen Scheitelpunkt im Mittelpunkte des Zirkels liegt, wie Z. B. der ∠m.

Peripheriewinkel heißt der Winkel dessen Schenkel im Zirkel sind und dessen Scheitelpunkt im Umfange liegt, wie Z. B. der ∠ n.

Der Bogen zwischen den Schenkeln dieser Winkel, heißt der Bogen, auf welchem sie stehen; so steht Z. B. ∠m und ∠n auf dem Bogen clb.

Ausschnitt (Sector) heißt die Fläche im Zirkel, die von zwey Halbmessern und einem Theile der Peripherie begränzt ist, wie Z. B. A.

Abschnitt (Segment) heißt die Fläche im Zirkel die von einer Sehne und einem Theile der Peripherie begränzt ist, wie Z. B. B.

§. 137.

Der Diameter ist größer als jede im Zirkel gezogene Sehne.

Z. B. in Fig. 55, ist $bc > de$.

Denn man ziehe die Halbmesser ad, ae, und betrachte $\triangle A$, so ist:

$ac = ae$, weil es Halbmesser
$ab = ad$ — — —

$ac + ab = ae + da$, Gleiches zu Gleichem addirt
$de < ac + ad$, weil es zwey Seiten eines $\triangle A$.

$de < ac + ab$, statt $ae + ad$ das Gleiche gesetzt
$bc = ac + ab$, nach der Figur

$de < bc$, statt $ac + ab$ das Gleiche gesetzt.

§. 138.

Wenn in einem Zirkel die Winkel am Centrum einander gleich sind, so sind es auch die Ausschnitte, die Bogen auf den sie stehen, und die Sehnen dieser Bogen.

Wenn z. B. in Fig. 56 $\angle m = n$: so ist auch Aussch. $A = B$; auch Bogen $bfc = ced$, und $bc = cd$.

Denn man kann sich den Ausschnitt A, auf B so gelegt vorstellen, daß die Halbmesser in einander fallen, weil $\angle m = n$.

Es müssen alsdann auch die Bogen in einander fallen, weil solche aller Orten gleich weit vom Mittelpunkte entfernt sind. Es fallen daher ihre Gränzen in einander, folglich 2c.

Ein Winkel wird also in gleiche Theile getheilt, wenn man den Bogen, auf dem dieser Winkel steht, in gleiche Theile theilt.

Ein Bogen wird in gleiche Theile getheilt, wenn man in demselben Sehnen bestimmt, die einander gleich sind.

Einen gegebenen Winkel in gleiche Theile zu theilen.

Z. B. in Fig. 57 soll der Winkel n in drey gleiche Theile getheilt werden.

Man beschreibe mit beliebiger Oeffnung des Zirkels, wie ae, den Bogen ed.

Theile diesen Bogen ed in 3 gleiche Theile f, g.

Ziehe fa, ga, so ist $m = \frac{n}{3} = x = y$.

Ist die Größe dieses Winkels in Grade bestimmt, so kann man auch diese mit 3 dividiren und mit dem Transporteur die Theile auftragen.

§. 139.

Das Verhältniß der Winkel am Mittelpunkt ist dem Verhältniß der Bogen auf welchen sie stehen gleich.

Z. B. in Fig. 58 ist $\angle m : n =$ Bog. bd : Bog. bc.

Denn der so vielste Theil wie $\angle m$ von 4 R ist, der so vielste Theil ist auch Bogen bd vom Umfange; und der so vielste Theil als n von 4 R, der so vielste Theil ist auch Bogen bc vom Umfange. Daher ist

4 R : Umfang $= \angle m$: Bog. bd } die Proportionen
4 R : Umfang $= \angle n$: Bog. bc } alternendo

$\angle m$: Bog. bd $= \angle n$: Bog. bc, weil 2 Verh. dem 3. gleich

$\angle m : \angle n =$ Bog. bd : Bog. bc alternendo.

In diesem Verstande, da das Verhältniß der Bogen, dem Verhältniß der Winkel gleich ist, sagt man, in uneigentlichem Verstande: der Bogen ist das Maß des Winkels welcher am Mittelpunkt ist und auf ihm ste-

het, da doch eigentlich ein Winkel die Einheit (das Maß) seyn müßte; so wie man auch oft statt 4 Meilen, uneigentlich 8 Stunden sagt.

Wenn der Bogen eines Winkels bekannt ist, den Bogen eines andern Winkels in demselben Zirkel zu finden.

Es sey z. B. der Winkel 54°, und der Bogen dazu 130, den Bogen zu 82° zu finden, so ist:

54° : 82° = Bog. 130 : Bog. m

```
         130
        ----
        2460
         82
    ---------
 54 | 10660 | 197 11/27, der Bogen von 82°
    |  54   |
    ---------
        526
        486
       ----
        400
        378
       ----
         22
```

§. 140.

In jedem Zirkel ist der Winkel am Mittelpunkte zweymal so groß, als der Winkel am Umfange, wenn beyde auf einerley Bogen stehen.

Z. B. in Fig. 59 ist ∠m = 2 n. Denn es falle no. 1. der Centriwinkel auf einen Schenkel des Peripheriewinkels; so betrachte man △A, in diesem ist

ac = ad, als Halbmesser

∠m = 2n, weil m der äußere an der Spitze §. 104.

Ferner falle

no. 2. der Centriwinkel zwischen die Schenkel des Peripheriewinkels, so betrachte man $\triangle$ A, $\triangle$ B, in welchen

$\angle w = 2v$ wie no. 1 gezeigt, im $\triangle$ A.

$\angle y = 2x$ — — — , im $\triangle$ B.

$\angle w + y = 2v + 2x$, Gleiches zu Gleichem addirt

$\angle m = 2n$, nach der Figur das Gleiche gesetzt

Endlich falle

no. 3. der Centriwinkel außerhalb den Schenkeln des Peripheriewinkels, so betrachte man $\triangle$ acd, $\triangle$ abd, in diesen ist

$\angle m + y = 2n + 2x$, wie no. 1 gezeigt, im $\triangle$ acd

$\angle y = 2x$ — — — — $\triangle$ abd

$\angle m = 2n$, Gleiches von Gleichem subtrahirt.

Wenn der Winkel am Umfange gegeben ist, den Winkel am Mittelpunkte, der mit ihm auf gleichem Bogen steht, zu finden.

Z. B. der Winkel am Umfange sey 37°, den Centriwinkel zu finden.

Man multiplizire den Peripheriewinkel mit zwey, als:

37, gegebener Peripheriewinkel

2

74 Centriwinkel.

§. 141.

Alle Winkel am Umfange, welche auf einerley Bogen stehen, sind einander gleich.

Z. B. in Fig. 60 ist $\angle m = n$, weil beyde auf dem Bogen A stehen.

Denn man ziehe die Halbmesser, und betrachte $\angle x$, so ist

$\angle x = 2\,n$, weil x am Mittelpunkte
$\angle x = 2\,m$ — — —

$2\,m = 2\,n$, weil 2 Größen der dritten, x, gleich.
$m = n$, Gleiches mit Gleichem, mit 2, dividirt.

§. 142.

Der Winkel am Umfange der auf dem Diameter steht, ist ein rechter.

Wenn z. B. in Fig. 61, ab der Durchmesser, so ist $\angle m = R$. Denn man ziehe cd durch den Mittelpunkt, so ist

$\angle w = 2\,v$, weil w am Mittelpunkt auf dem Bogen A
$\angle y = 2\,x$ — y — — — — — B

$\angle w + y = 2\,v + 2\,x$, Gleiches zu Gleichem addirt
$\angle w + y = 2\,R$, weil es Nebenwinkel

$2\,R = 2\,v + 2\,x$, weil 2 Größen der dritten, $w + y$, gleich
$R = v + x$, Gleiches mit Gleichem, mit 2, dividirt
$R = m$, nach der Figur, statt $v + w$ das Gleiche gesetzt.

Aus dem Endpunkte einer geraden Linie, eine senkrechte zu beschreiben.

Z. B. in Fig. 62 soll aus dem Punkte a, die senkrechte ad beschrieben werden.

Man mache mit willkührlicher Oeffnung des Zirkels, aus a in ga, den Punkt b, und aus a und b die Bogenschnitte in c.

Verlängere bc bis cd = cb, und ziehe ad, so ist ad senkrecht auf ga.

Denn man beschreibe aus c mit cb einen Halbkreis, so wird dieser durch b, a, d gehen, weil cb = ca = cd ist, und der $\angle m$, am Umfange, auf dem Diameter bd steht.

§. 143.

Eine Figur ist in einem Zirkel beschrieben, wenn jeder Winkel derselben den Umfang berührt (Peripherie Winkel ist).

Eine Figur ist um einen Zirkel beschrieben, wenn jede Seite derselben den Umfang berührt (Tang ente ist.)

§. 144.

In jedem im Zirkel beschriebenen Vierecke, ist die Summe der zwey entgegenstehenden Winkel gleich zwey rechten.

Z. B. in Fig. 63 ist $\angle m + n = 2 R$.

Man ziehe ac, bd, und betrachte $\angle v$, w, $\angle x$, y und $\triangle A$

$\angle v = w$, beyde am Umfange auf dem Bogen N

$\angle x = y$ — — — — P

$\angle n = n$, jede Größe sich selbst gleich

$\angle v + x + n = w + y + n$, Gleiches zu Gleichem addirt

$2 R = w + y + n$, als 3 Winkel im $\triangle$ A.

$\angle v + x + n = 2 R$, weil 2 Größen der dritten gleich

$v + x = m$, nach der Figur

$\angle m + n = 2 R$, wenn statt $v + x$ das Gleiche gesetzt wird.

§. 145.

Der Diameter aus dem Berührungspunkte einer Tangente, steht senkrecht auf selbiger.

Z. B. in Fig. 64 ist $\angle n = R$.

Denn wäre gc nicht senkrecht, so müßte eine andre Linie senkrecht seyn. Man setze, es sey df senkrecht, also $\angle m = R$, so würde alsdann auch

dc $>$ df seyn müssen, weil dc dem rechten $\angle m$ gegenüber.

Nun ist aber

dc $=$ de, weil es Halbmesser, und

dc $<$ df, weil df $=$ de $+$ ef ist, nach der Figur.

Es kann also keine andre Linie als dc senkrecht seyn.

§. 146.

Wird aus dem Berührungspunkte einer Tangente, eine Sehne im Zirkel gezogen, so ist der halbe Bogen, zwischen den Schenkeln dieser Winkel, das Maß derselben; das heißt der Winkel am Umfange des Zirkels der auf diesem Bogen steht, ist dem Winkel gleich den die Tangente mit der Sehne macht.

Z. B. in Fig. 65 ist $\angle m = p$, und $\angle n = q$.

Denn man ziehe den Durchmesser ed, und die Linie dc, so ist:

1) $\angle x = R$, weil er am Umfange und auf dem Diam. de

$\angle v+m = R$, weil der Diameter de senkrecht auf ab

$\angle x+v+m = 2R$, Gleiches zu Gleichem addirt.

$\angle x+v+y = 2R$, weil es 3 Winkel des $\triangle$ ecd

$\angle x+v+m = x+v+y$, weil 2 Größen der dritten, 2R, gl.

$\angle x+v = x+v$, jede Größe ist sich selbst gleich

$\angle m = y$, Gleiches von Gleichem subtrahirt

$\angle p = y$, auf gleichen Bogen cge

$\angle m = p$, weil 2 Größen der dritten, y, gleich.

2) $\angle p+q = 2R$, gegenüber in dem Viereck efcg
$\angle m+n = 2R$, weil es Nebenwinkel

$\angle p+q = m+n$, weil 2 Größen der dritten 2 R gleich
$\angle p \quad = m$, wie no. 1 gefunden

$\angle q \quad = n$, Gleiches von Gleichem subtrahit.

Wenn die Sehne und ein Winkel am Umfange gegeben ist, über derselben einen Zirkel zu beschreiben, der den gegebenen Winkel einschließt.

Man soll z. B. über der Sehne ab, Fig. 66, einen Bogen beschreiben, der einen Winkel von 26° einschließt, wie $\angle n = 26°$.

Man theile ab in c in 2 gleiche Theile und ziehe cd senkrecht auf ab.

Man subtrahire den gegebenen Winkel von 90° und errichte an b den Winkel m so groß als der Rest ist.

Aus dem Punkte d, wo sich die Linien aus b und c schneiden, beschreibe man mit dem Halbmesser db einen Kreis, so ist $\angle n$, der an diesem Umfange stehen kann, dem gegebenen gleich. Denn man ziehe die Tangente fg; so ist:

$\angle m+y = R$, weil der Halbmesser db senkrecht
$\angle \quad y = n$, weil jeder den halben Bg. ab zum Maße hat

$\angle \quad m = R-n$, Gleiches von Gleichem subtrahirt
also $90° = R$
$26° = n$, der gegebene Winkel

$64° = R-n = \angle m$.

§. 147.

Steht der Durchmesser senkrecht auf der Sehne, so theilt er diese in zwey gleiche Theile.

Wenn z. B. in Fig. 67 ∠ m = n = R, so ist bd, = dc.

Denn man ziehe die Radien ab, ac und betrachte △ A, △ B, so ist:

∠ m = n, weil nach der Voraussetzung ad senkrecht ist
ab = ao, als Halbmesser
ad = ad, jede Größe sich selbst gleich

△ A = B, weil 2 Seiten und ein Winkel ꝛc.
bd = dc, in gleichen Dreyecken gleichen Winkeln ꝛc.

§. 148.

Durchschneiden sich zwey Sehnen in einem Zirkel, so sind die abgeschnittenen Stücke wechselweise proportional.

Z. B. in Fig. 68 ist ae : ec = ed : eb.

Denn man ziehe ac, db und betrachte △ A, △ B, so ist

∠ m = n, weil beyde auf einem Bogen D.
∠ p = q — — — — E.

△ A ∽ △ B, zwey Winkel des einen gleich denen im andern
ae : ec = ed : eb, in ähnl. Dreyecken gleichen Winkeln ꝛc.

Wenn drey Stücke, zweyer sich schneidenden Sehnen bekannt sind, das vierte zu finden.

Wenn z. B. in Fig. 68, ae = 70, ec = 83, ed = 95, eb zu finden.

Man setze nach obiger Proportion:

ae : ec = ed : eb
70 83 95
83
285
760
70 | 7885 | 112,6 - - - = eb.

§. 149.

Steht eine Sehne senkrecht auf dem Diameter, so ist diese halbe Sehne die mittlere Proportionale zwischen denen im Diameter geschnittenen Stücken.

Wenn z. B. in Fig. 69, ab der Durchmesser und dc senkrecht auf ab, so ist ∺ ae, de, eb.

Denn man ziehe ac, db, und betrachte △A, B, so ist

ae : ec = ed : eb, wie §. 147 zu beweisen
ec = ed, weil ab senkrecht (§. 146.)

ae : ed = ed : eb, statt ec das Gleiche gesetzt
∺ ae, ed, eb, die stetige Proportion.

Wenn die Sehne und die Höhe eines Abschnitts bekannt, den Diameter des Zirkels zu finden.

Es sey in Fig. 69, die Höhe des Abschnitts ae = 53, die Sehne cd = 166, den Diameter ab zu finden.

Man suche zu der Höhe und der halben Sehne die dritte Proportionalzahl, und addire die Höhe dazu, als:

÷ ae, $\frac{1}{2}$ cd, eb.

```
      53      83
              83
            ----
             249
            664
            ----
      53 | 6889 | 129,9 --- = eb
         |  53  |  53 ====== ae
         ------   ----------
            158   182,9 ====== ab, der Diameter.
            106
            ----
             529
             477
            ----
             520
```

Wenn zwey parallele Sehnen, und der Abstand derselben von einander, bekannt sind, den Diameter des Zirkels zu finden.

Wenn Z. B. in Fig. 70 ab = 137, cd = 217, ae = 53 ist, den Diameter zu finden.

1) Ziehe man die kleine Sehne von der größern ab und dividire den Rest mit zwey, so hat man ce; ce von der größern Sehne abgezogen giebt ed.

2) Setze man ae : ce = ed : ef nach §. 147, weil cd und af zwey im Zirkel sich schneidende Sehnen sind, und addire ae zu ef, so ergiebt sich af.

3) Suche man zu den beyden Chatheten af und ab, die Hypothenuse; denn da fb der Diameter, so ist ∠ n = R.

```
1)    217 = cd        und      217 = cd
      137 = ab                  40 = ce
   ------------              ----------
2 | 80 | 40 = ce               177 = ed.
```

2) ae : ce = ed : ef
53 40 177
40

53	7080	133,5 = ef
	53	53 = ea
	178	186,5 = af.
	159	
	190	
	159	
	31	

3) 137 = ab und 186,5 = af
137 186,5
18769 = ab² 34782,25 = af²
34782,25 = af²

5	35	51,	25	231,8 = fb der Diameter
5				
1	36			
(	43	)		
1	29			
	8	51		
	4	61		
	3	90	25	
		46	2	

§. 150.

Werden zwey Schenkel eines Winkels von einem Zirkel durchschnitten, so sind die Abschnitte der Schenkel, außerhalb desselben, den Schenkeln bis durch den Zirkel wechselweise proportional.

Z. B. in Fig. 71 ist ab : ad = ae : af.

Denn man ziehe eb, fd, und betrachte △ abe, adf, so ist

∠ y = x, weil beyde auf gleichen Bogen ef

∠ m = m, jede Größe sich selbst gleich

△abe ∽ adf, weil 2 Winkel des einen ꝛc.

ab : ad = ae : af, in ähnl. Dreyecken gleichen Winkeln ꝛc.

§. 151.

In jedem Dreyeck verhält sich die Grundlinie, zur Summe der beyden andern Seiten, wie die Differenz dieser Seiten, zu der Differenz derer von der Höhe in die Grundlinie geschnittenen Stücke.

Z. B. in Fig. 72, ist im △ abc, ab : (ac + cb) = (ac — cb) : (ag — gb).

Denn man beschreibe mit cb einen Zirkel, verlängere ac bis d, und ziehe cf, so ist:

1) ac = ac, jede Größe sich selbst gleich

cb = cd, weil es Halbmesser

ac + cb = ac + cd, Gleiches zu Gleichem addirt

ac + cb = ad, nach der Figur (die Summe der Seiten).

2) ac = ac, jede Größe sich selbst gleich

ec = cb, weil es Halbmesser

ac — ec = ac — cb, Gleiches von Gleichem subtrahirt

ae = ac — cb, nach der Figur (die Diffr. der Seiten).

3) ag = ag, jede Größe sich selbst gleich (das große Stück)

gb = gf, weil cg senkrecht auf fb (das kleine Stück)

ag — gb = ag — gf, Gleiches von Gleichem subtrahirt

ag — gb = af, nach der Figur (die Diffr. der Stücke).

Nun betrachte man die zwey Schenkel ad, ab, welche durch einen Zirkel geschnitten werden, wo alsdann:

ab : ad = ae : af, nach §. 149.

ab : (ac + cb) = (ac — cb) : (ag — gb) nach no. 1, 2, 3, das Gleiche

Wenn drey Seiten eines Dreyecks bekannt sind, die von der Höhe in die Grundlinie geschnittenen Stücke zu finden.

Wenn z. B. in Fig. 72 ab = 191, ac = 144, cb = 78, die Stücke ag, gb zu finden.

1) Suche man nach voriger Proportion die Differenz dieser Stücke, also af.

2) Subtrahire man diese Differenz von der Grundlinie, und dividire den Rest mit 2, so erhält man gb, das kleine Stück.

3) Addire man zu (gb = gf) die Differenz af, so ergiebt sich ag, das große Stück, als:

```
ab : ac + cb  =  ac — cb : ag — gb
191   144           144
       78            78
      ———           ———
      222            66
       66
    ————
     1332
    1332
191 | 14652 | 76,7 .. = ag — gb
    | 1337  |
     ————
     1282
     1146
     ————
      1360
und  191  = ab
     76,7 = ag — gb
    ——————
2 | 123,3 | — 61,65 = gb
               67,7
             ———————
             129,35 = ag.
```

§. 152.

Steht ein Winkel außerhalb des Zirkels so auf dem Diameter, daß der eine Schenkel Tangente ist, so ist diese die mittlere Proportionale zwischen dem Stück des andern Schenkels bis an den Zirkel, und zwischen dem ganzen Schenkel bis durch den Zirkel.

Z. B. in Fig. 73, ist ∺ bd, ba, bc.

Denn man ziehe ad und betrachte △A, △abc, so ist

∠y + x = 2R, weil es Nebenwinkel
x = R, am Umfange und auf dem Diameter ꝛc.

∠y = R, Gleiches von Gleichem subtrahirt
∠n = R, weil ac senkrecht auf Tang. ab.

∠y = n, weil 2 Größen der dritten gleich
∠p = p, jede Größe sich selbst gleich

△A ∽ abc, zwey Winkel des einen gleich den des andern
bd : ba = ba : bc, in ähnlichen Dreyecken ꝛc.
∺ bd, ba, bc, die stetige Proportion.

§. 153.

Der Bogen eines Winkels ist größer als die zu demselben gehörige Sehne; je mehr aber der Winkel am Mittelpunkte verkleinert wird, je kleiner ist der Unterschied.

Z. B. in Fig. 74 ist der Bog. adb > ab, und Bog. deb > db; der letztere Unterschied ist jedoch kleiner.

Denn man betrachte △adb, so ist:

$ad + db > ab$, weil zwey Linien im Dreyeck zusammen genommen größer ꝛc., und man hat sich der Größe des Bogen schon mehr genähert.

Wiederholte man diese Theilung des Winkels n, so käme man zuletzt auf Sehnen, die zwar immer noch kleiner als ihre Bogen sind, deren Unterschied aber so klein seyn würde, daß er, im Betracht des Ganzen, für nichts zu achten wäre.

§. 154.

Wird der Umfang eines Zirkels in gleiche Theile getheilt, und die Theilungspunkte zusammengezogen, so entsteht ein regulaires Vieleck.

Wenn z. B. in Fig. 75 der Umfang in 5 gleiche Theile getheilt wird, so ist abcde ein regulaires Fünfeck.

Denn es ist

$ab = bc = cd = de = ea$, weil ihre Bogen gleich sind.

Also ist die Fig. gleichseitig

$\angle q = p$ ꝛc., weil sie auf gleichen Bogen (denn jeder ist der Umfang weniger zwey dieser Theile).

Also die Figur gleichwinklig.

Zieht man die Halbmesser in einem regulairen Vielecke, so heißen die Winkel am Mittelpunkte, Centriwinkel; wie z. B. n, m, ꝛc.; und die Winkel am Umfange, Poligonwinkel, als p, q, ꝛc.

Wenn die Anzahl Seiten eines regulairen Vielecks gegeben ist, die Centri- und Poligonwinkel zu finden.

Z. B. in einem Fünfecke die Centri- und Poligonwinkel zu finden.

1) Dividire man 4 R = 360° mit der Anzahl Seiten, so ergiebt sich der Centriwinkel.

2) Subtrahire man den Centriwinkel von 2 R = 180°, so erhält man den Poligonwinkel.

Anzahl Seiten | 4 R | 180° = 2 R.
5 | 360° | 72 = ∠ m, der Centriwinkel.
108 = ∠ q, der Poligonwinkel.

Ein Vieleck zu zeichnen wenn die Seite desselben gegeben ist.

Z. B. in Fig. 76 sey ab = 98, die Seite eines Siebenecks.

Man berechne den Poligonwinkel q und setze die Seiten unter diesem Winkel zusammen; oder man setze an a und b die Linien ac, bc, unter dem Winkel ∝ = $\frac{1}{2}$q, so ist c der Mittelpunkt eines Zirkels, dessen Halbmesser ac; und ab läßt sich siebenmal im Umfange herumsetzen.

7 | 369° | 180 = 2 R.
35 | 51° 26' =, der Centriwinkel
10 | 128° 34', der Poligonwinkel q
7 | 64° 17', der halbe Poligonwinkel ∝.
3
60
7 | 180' | 26'

§. 155.

Ergänzungswinkel (Compliment) heißt der Winkel am Mittelpunkt, der mit dem gegebenen einen rechten Winkel beträgt.

Z. B. in Fig. 77 ist ∠ n Compliment von m, und eben so ist ∠ m Compliment von n.

Sinus des Winkels heißt die Linie die von da, wo der eine Schenkel des Winkels am Mittelpunkt den Umfang schneidet, senkrecht auf den andern Schenkel fällt; so ist df der Sinus des ∠m, und gd Sinus des ∠n.

Cosinus heißt der Sinus des Compliments: so ist df Cosinus des Winkels n, und gd Cosinus des ∠m.

Da die Sinusse rechtwinklig, und ah senkrecht auf ab, so ist afdg ein Rechteck; also die gegenüberstehenden Seiten einander gleich, und so ist auch gd = af, Cosinus des ∠m, und df = ag Cosinus des ∠n.

Sinusversus heißt der Rest, wenn der Cosinus vom Radius subtrahirt wird; also

ab − af = fb, der Sinusversus des ∠m, und gh Sinusversus des ∠n.

Tangente des Winkels heißt die Linie, die senkrecht auf dem einen Schenkel bis nach dem andern geht; so ist bc Tangente des ∠m, und hk Tangente des ∠n: auch ist bc Cotangente des ∠n, und hk Cotangente vom ∠m.

Secante heißt der Schenkel des Winkels, der durch den Zirkel verlängert, die Tangente schneidet; so ist

ac Secante des ∠m, und ak Secante vom ∠n; auch ist ac Cosecante vom ∠n, und ak Cosecante des ∠m.

§. 156.

Der Sinus ist die halbe Sehne eines doppelten Winkels.

Denn es ist Fig. 77.

∠y = R, weil der Sinus senkrecht

df = ef, weil der senkrechte Halbmesser, so wohl die Sehne als den Centriwinkel in 2 gleiche Theile theilt.

Wenn das Quadrat der Sehne bekannt ist, das Quadrat vom Sinus eines halb so großen Centriwinkels zu finden.

Es sey in Fig. 77 $de^2 = 26896$ gegeben, df^2 zu finden. Man dividire das Quadrat der Sehne mit 4; als

4 | $26896 = de^2$, das Quadrat der Sehne des $\angle$ ead.
  | $6724 = df^2$, das Quadrat des Sinus des $\angle$ m.

Denn macht man die Seite des Quadrats zweymal größer, so kommt ein viermal größeres Quadrat.

§. 157.

Wenn der Radius eines Zirkels gegeben ist, den Sinus von 45° zu finden.

Wenn z. B. in Fig. 78 $ab = 100$, cd Sinus des $\angle m = 45°$ zu findn.

Man betrachte das $\triangle$ abc, in welchem $\angle bac = R = 2 \times 45°$ ist, als

$ab^2 + ac^2 = cb^2$, weil $\triangle$ abc rechtwinklig

$2ab^2 = cb^2$, weil $ab = ac$

$\frac{1}{2}ab^2 = \frac{1}{4}cb^2$, Gleiches mit Gleichem, mit 4 dividirt

$cd^2 = \frac{1}{4}cb^2$, weil $cd = \frac{1}{2}cb$ nach §. 156.

also $100 = ab$

```
      1 00
  2 | 1000 0 = ab²
     50|00| = cd²
     49|  |   70,71 --- = cd der Sinus von 45°
      1|00|00|   und da der Ergänzungswinkel auch
     (14|07|)  45° seyn muß, so ist
     98|49|      cd = ad = 70,71 der Cosinus.
   -  1|51|00|
      1|41|41|
```

Wenn der Cosinus gegeben ist, den Sinusversus zu finden.

Z. B. wenn ab = ae = 100 und ad = 70,71, de zu finden. Man subtrahire den Cosinus vom Halbmesser, als

100 = ae, der Halbmesser
70,71 = ad, der Cosinus
29,29 = de, der Sinusversus von 45°

Wenn der Sinus und der Sinusversus gegeben sind den Sinus eines halb so großen Winkels zu finden.

Z. B. wenn cd = 70,71, de = 29,29, von 45°, den Sinus cg von 22° 30' zu finden.
Man betrachte das rechtwinklige △ ade in welchem $cd^2 + de^2 = ce^2$, und $\frac{1}{4} ce^2 = cg^2$ ist

29,29 = de
29,29
26361
5858
26361
5858
8 57, 90 41 = de^2
50 00 = cd^2, wie in der ersten Aufgabe
4 | 58 57, 90 41 = ce^2

14	64,	47	60	= cg^2
9				38,26 - - - = cg, Sinus von 22° 30' = ∠ n.
5	64			
(	68	)		
5	44			
	20	47		
	(7	62	)	
	15	24		
	5	23	60	
		76	4	

Wenn der Sinus eines Winkels bekannt ist, den Cosinus zu finden.

Z. B. wenn cg = 38, 26, den Cosinus ag zu finden.
Man betrachte das △ agc, in diesem ist $ac^2 - cg^2 = ag^2$

100 00 = ab^2 = ae^2, weil es Radien
14 64, 47 60 = cg^2

85	35,	52	40	= ag^2
81				92,38 - - - = ag, Cosinus des ∠ m = Sinus von 67° 30'
4	35			
(1	82	)		
3	64			
	71	52		
(	18	43	)	
	55	29		
	16	23	40	
	1	84	6	

§. 158.

Zur Anfertigung der gewöhnlichen Sinustabelle, hat man den Halbmesser eines Zirkels 10000000 angenommen, und auf eine ähnliche Art, wie vorhin gezeigt ist, alle Sinusse der Winkel von 1' an bis 90° berechnet. Eben so hat man auch die Tangenten und Secanten berechnet, wie folgende Aufgaben zeigen.

Wenn die Sinusse bekannt sind, die Tangenten zu finden.

Z. B. die Tangente von 73°.

Man betrachte in Fig. 77 △ abc, wo df ≠ cb, also

af : df = ab : bc, das heißt der Cosinus zum Sinus, wie der Radius zur Tangente.

(Cosinus von 73°) : (Sinus von 73°) = Radius : Tangente
2923717 9563048 10000000

10000000

2923717 | 95630480000000 | 32708528, Tangente von 73°
8771151
7918970
5847434
20715360

Wenn die Sinusse bekanntt sind, die Secanten zu finden.

Z. B. die Secante von 73°

Man betrachte in Fig. 77 △ abc, wo df ⧣ cb, also af : ad = ab : ac, das heißt der Cosinus zum Radius wie der Radius zur Secante.

(Cosinus 73°) : Radius = Radius : Secante
2923717 10000000 10000000

10000000

2923717 | 100000000000000 | 34203036 Secante von 73°
8771151
12288490
11694868
5936220
5847434
8878600

Den Logarithmus Sinus zu finden.

Z. B. den Logr. Sinus von 73°

Man suche zu der Zahl, die den Sinus ausdrückt, den Logarithmus nach §. 82.

9563)048 Sinus von 73°
454 Diffr. der Logr. von 9563 und 9564
192
240
192
21
3,9805942 Logr. von 9563
6,9805963 Logr. Sinus von 73°.

Den Logarithmus Tangent zu finden.

Z. B. den Logr. Tangent von 73°.

Man suche zu der Zahl, die den Tangent ausdrückt, den Logarithmus; also

3270)8526, Tangent von 73°
1327, Diffr. der Logr. von 3270 und 3271
59682
17052
25578
8526
1131
3,5145478 Logr. von 2370
7,5146609 Logr. Tangent von 73°.

Daß aber die Kennziffer in der Tabelle 3 Einheiten mehr, wie hier nach dieser Rechnung hat, folgt daher, weil in den großen Sinustafeln der Radius 10000000000 angenommen, folglich auch die Sinusse und Tangenten 3 Stellen mehr haben als in den gewöhnlichen Tafeln und man die Logarithmen aus den großen Tafeln in die gewöhnlichen gesetzt hat.

§. 159.

In allen Dreyecken verhalten sich die Si=

nusse der Winkel, wie die gegenüberstehenden Seiten, und ist es ein stumpfwinkliges Dreyeck, so ist der Sinus des Nebenwinkels der Sinus des stumpfen.

Z. B. in Fig. 79 ist (Sinus ∠m) : cb = (Sinus ∠n) : ac. Denn man schlage mit gleichen Halbmessern aus a und b die Bogen, und ziehe ef, den Sinus des ∠m; gh den Sinus des ∠n, und cd die Höhe des Dreyecks, senkrecht auf ab, und betrachte △acd, bcd, in diesen ist

(bg = ae) : ef = ac : cd, im △acd ist ef ∥ cd.

gh : bg = cd : bc, im △bcd ist gh ∥ cd.

gh : ef = ac : bc, zusammengesetzt

gh : ac = ef : bc, alternando

(Sin. ∠n) : ac = (Sin. ∠m) : bc, nach der Figur

Wenn zwey Winkel und eine Seite eines Dreyecks bekannt sind, die übrigen Theile, durch Hülfe der Sinusse zu berechnen.

Wenn z. B. in Fig. 80, ab = 191, ∠m = 55°, ∠n 74° gegeben.

1) Den Winkel x zu finden, so ist nach §. 101.

∠n = 74°

∠m = 55

129°

180 = 2 R

51° = ∠x.

2) Die Seite ac zu finden.

Sin. ∠x : ab = Sin. ∠n : ac

51° 191 74°

2,2810334, Logr. von 191

9,9828416, Logr. Sinus von 74°

12,2638750

9,8905026, Logr. Sinus von 51°

2,3733724, Logr. von 236,2 = ac

3) Die Seite bc zu finden.

Sin. ∠ x : ab = Sin. ∠ m : bc
51 191 55

2,2810334, Logr. von 191
9,9133645, Logr. Sinus von 55°

12,1943979
9,8905026, Log. Sinus von 51°

2,2038953, Logr. von 201,3 = bc.

4) Die Höhe cd zu finden, (weil in △ acd ∠ p = R).

Sin. ∠ p : ac = Sin. ∠ m : cd
90° 236,2 55°

2,3733724, Logr. von 236,2, aus no. 2 genom.
9,9133645, Logr. Sinus von 55°, aus no. 3

12,2867369
10,0000000, Logr. Sinus von 90°

2,2867369, Logr. von 193,5 = cd.

5) Den Inhalt zu finden, nach §. 120.

ab = 191, die Grundlinie
cd = 193,5, die Höhe

955
573
1719
191

2 | 36958,5 | 18479,25, der Inh. d. Dreyecks abc.

Wenn 2 Seiten und ein Winkel, welcher der größten der bekannten Seiten gegenüber, gegeben, die übrigen Stücke durch Rechnung zu finden.

Wenn z. B. in Fig. 81, ab = 144, bc = 191, ∠ m = 43° gegeben, so ist:

1) Winkel $\propto$ zu finden.

bc : Sin. $\angle$ m = ab : Sin. $\angle$ x

191 43° 144

9,8337833, Logr. Sinus von 43°

2,1583625, Logr. von 144

11,9921458

2,2810334, Logr. von 191

9,7111124, Logr. Sinus von 30° 52' = $\angle$ x.

Die übrigen Stücke sind, wie in voriger Aufgabe, zu finden.

Wenn zwey Seiten und ein Winkel, welcher der kleinsten der bekannten Seiten gegenüber, gegeben, die übrigen Stücke durch Rechnung zu finden.

Wenn z. B. in Fig. 81, ab = 191, bc = 144, $\angle$ m = 44° gegeben, so ist:

1) Winkel $\propto$ zu finden.

bc : Sin. $\angle$ m = ab : Sin. $\angle$ x

144 44° 191

9,8417713, Logr. Sinus von 44°

2,2810334, Logr. von 191

12,1228047

2,1583625, Logr. von 144

9,9644422, Logr. Sinus von 67° 8' = $\angle$ x.

Nun ist es aber unbestimmt, ob der gefundene Sinus ein Sinus des Winkels $\propto$ bey c, oder ob es ein Sinus des Nebenwinkels von y bey d ist, weil nach §. 108, nach den gegebenen Theilen des Dreyecks zweyerley Dreyecke möglich sind.

Wenn die drey Seiten eines Dreyecks gegeben sind, die übrigen Stücke durch Rechnung zu finden.

Wenn

Wenn z. B. in Fig. 71, ab = 161, ac = 144, cb = 78 gegeben, die Winkel und übrigen Stücke zu finden.

1) Suche man nach §. 151. die von der Höhe in die Grundlinie geschnittenen Stücke, wo ag = 129,3, und gb = 61,65 gefunden worden.

2) Betrachte man △ cgb, in diesem ist

cb : Sin. ∠ m = gb : Sin. ∠ x
78   90°   61,65

10,0000000, Logr. Sinus von 90°
1,7899331, Logr. von 61,65
11,7899331
1,8920946, Logr. von 78
9,8978385, Logr. Sinus von 52° 13′ = ∠ x
Cosinus 37° 47′ = ∠ n.

Die übrigen Winkel und Stücke des Dreyecks abc, sind, wie in den vorigen Aufgaben gezeigt ist, zu finden.

§. 160.

Sind zwey Seiten eines Dreyecks und der von diesen Seiten eingeschlossene Winkel bekannt, wie in Fig. 83 ab, ac und ∠ m, und man macht ad = ac; zieht hierauf cd, so ist

$\angle q = \frac{x+y}{2}$, die halbe Summe der unbekannten Winkel
$\angle v = \frac{x-y}{2}$, die halbe Differenz derselben.

1) Betrachte man die Dreyecke acb, acd, so ist:

$\angle m+p+q=2R$, die 3 Winkel im $\triangle acd$
$\angle m+x+y=2R$, — — — $\triangle acb$

$\angle m+p+q=m+x+y$, weil 2 Größen der dritten gleich
$m = m$, jede Größe sich selbst gleich

$\angle p+q = x+y$, Gleiches von Gleichem subtrahirt
$\angle p=q$ weil $ac = ad$ im $\triangle acd$.

$\angle q+q = x+y$, statt p das gleiche q gesetzt
$\angle q = \frac{x+y}{2}$, Geiches mit Gleichem, mit 2 dividirt (die halbe Summe).

2) Betrachte man $\triangle dcb$ und den $\angle x$, so ist:

$\angle v+y = q$, weil q der äußere im $\triangle dcb$.
$\angle v+p = x$, nach der Figur

$\angle v+y+v+p=q+x$, Gleiches zu Gleichem addirt
$\angle p = q$, weil $ac = ad$ im $\triangle acd$

$\angle v+y+v = x$, Gleiches von Gleichem subtrahirt
$\angle y = y$, jede Größe sich selbst gleich

$\angle v + v = x-y$, Gleiches von Gleichem subtrahirt
$\angle v = \frac{x-y}{2}$, Gleiches mit Gleichem, mit 2, dividirt (die halbe Diffr.).

§. 161.

In jedem Dreyecke verhält sich die Summe zweyer Seiten zu ihrer Differenz, wie die Tangente der halben Summe der beyden diesen Seiten entgegenstehenden Winkeln zum Tangenten der halben Differenz derselben.

Z. B. in Fig. 84', ist
$(ab+ac):(ab+ac)=(\text{Tang.}\ \angle\frac{x+y}{2}):(\text{Tang.}\ \angle\frac{x-y}{2})$.

Denn man beschreibe mit ac, aus a, den Zirkel. ; verlängere ba bis e; ziehe ec verlängert durch den kel bey c; ziehe cd und bf ⋕ cd, so ist:

1) $ab = ab$, jede Größe sich selbst gleich
$ae = ac$, als Halbmesser

$ab + ae = ab + ac$, Gleiches zu Gleichem addirt
$eb = ab + ac$, nach der Figur das Gleiche gesetzt (die Summe).

2) $ab = ab$, jede Größe sich selbst-gleich
$ad = ac$, als Halbmesser

$ab - ab = ab - ac$, Gleiches von Gleichem subtrahirt
$db = ab - ac$, nach der Figur das Gleiche gesetzt (die Diffr.).

3) $\angle q = r$, weil bf ⋕ dc durch eb geschnitten
$\angle q = \angle \frac{x + y}{2}$, nach §. 160, weil $ad = ac$

$\angle r = \angle \frac{x + y}{2}$, zwey Größen der dritten q gleich (die halbe Summe).

4) $\angle v = w$, weil bf ⋕ dc durch cb geschnitten
$\angle v = \frac{x - y}{2}$, nach §. 160, weil $ad = ac$.

$\angle w = \frac{x - y}{2}$, zwey Größen der dritten v gleich (die halbe Diffr.).

Nun beschreibe man mit bf aus b den Zirkel B, so ist:

$\angle s = R$, weil s am Umfange auf dem Diam. ed,
$\angle t = s$, weil bf ⋕ dc durch ef geschnitten

$\angle t = R$, zwey Größen der dritten s gleich.

Betrachtet man nun die Winkel an dem Mittelpunkte b, so ist:

ef Tangente $\angle r = \frac{x + y}{2}$, von der halben Summe No. 3.

ef Tangente $\angle w = \frac{x - y}{2}$, von der halben Differenz No. 4.

Und nun betrachte man Dreyeck ebf wo bf ‡ dc, also:

eb : db = ef : cf, und

(ab+ac):(ab—ac)=(Tang. $\angle\frac{x+y}{2}$):(Tang. $\angle\frac{x-y}{2}$) wenn nach no. 1, 2, 3, 4 das Gleiche gesetzt wird.

Wenn zwey Seiten und der eingeschlossene Winkel eines Dreyecks bekannt sind, die übrigen Stücke durch Rechnung zu finden.

Es sey z. B. in Fig. 85 ab = 236, ac = 191, ∠m = 40° 30' gegeben, die übrigen Stücke zu finden.

1) Sucht man die halbe Differenz der unbekannten Winkel x und y, nach voriger Proportion.

2) Addirt man die gefundene halbe Differenz zur halben Summe, so erhält man den größten Winkel x; oder subtrahirt man diese halbe Differenz von der halben Summe, so kömmt der kleinste Winkel y.

3) Die übrigen Stücke werden wie §. 158 gefunden, als:

ab + ac : ab — ac = Tang. $\angle\frac{x+y}{2}$: Tang. $\angle\frac{x-y}{2}$.

236	236	180
191	191	40° 30' = ∠m
427	45	2 | 139° 30' | 69° 45', halbe Summe

1,6532125, Logr. von 45
10,4158262, Logr. Tang. von 69° 45'
12,0690351
2,6304279, Logr. von 427
9,4386072, Logr. Tang. von 23° 31', halbe Diffr.
69° 45', halbe Summe
93° 16' = ∠x
46° 14' = ∠y.

§. 162.

Das Verhältniß des Halbmessers, zum Umfange des Zirkels zu finden.

Ungeachtet nach §. 153, der Bogen eines Winkels grösser ist als die dazu gehörige Sehne, so wird doch, wenn der Winkel am Mittelpunkte nur zwey Minuten ist, dieser Unterschied so klein seyn, daß man solchen bey gewöhnlichen Rechnungen für nichts achten kann. Es sey Fig. 85 der Halbmesser ab = 10000000, und der doppelte Sinus von 1', die Sehne von 2', dem Bogen gleich groß, angenommen, also

2909, Der Sinus von 1'
2
5818, die Sehne von 2', dem Bogen gleich angenommen
30
174540, der Bogen von 1°
360
10472400
52362
62834400, der Umfang des Zirkels, wenn der Radius 10000000.

Da nun die Zirkel als unendlich vielseitige Vielecke einander ähnlich, und die Radien ähnlich liegende Linien im Zirkel sind, so ist in jedem das Verhältniß des Radius, (den wir r nennen wollen) zum Umfange (den wir P nennen wollen) wie vorhin berechnet

$r : P = 10000000 : 62834400$ und

$r : P = 1 : 6{,}28344$, die Glieder mit 10000000 dividirt.

Im Rechnen werden von den Decimalstellen nur so viele genommen als es die Genauigkeit erfordert.

Wenn der Halbmesser eines Zirkels bekannt ist, den Umfang zu finden.

Wenn z. B. in Fig. 87 ab = 78, den Umfang zu finden.
Man multiplicire die vorhin gefundene Zahl des Umfanges mit dem gegebenen Halbmesser. Denn ein 78mal größerer Halbmesser giebt einen 78mal größern Umfang.

P = 6,28---
78, gegebener Halbmesser
―――
5024
4396
―――
489,84, der verlangte Umfang des Zirkels A.

Wenn der Halbmesser und ein Winkel am Mittelpunkte gegeben sind, den Bogen zu finden.

Wenn z. B. in Fig. 88, ab = 95, ∠m = 70°, den Bogen A zu finden.
Man suche den Umfang des ganzen Zirkels, und denke: je kleiner der Winkel, je kleiner der Bogen, also:

360° : 70° = 95.6,28 : Bogen A

95
―――
3140
5652
―――
596,60
70
―――
360 | 41762,00 | 116, = Bog. A.
360
―――
576
360
―――
2162
2160
―――
2

Wenn der Umfang eines Zirkels gegeben ist, den Halbmesser zu finden.

Es sey z. B. 576 der gegebene Umfang.

Man dividire mit P = 6,28, in den gegebenen Umfang, wie aus voriger Aufgabe erhellet.

6,28	576,00	91, --, der verlangte Halbmesser
	5652	
	1080	

Wenn der Bogen und der Winkel am Mittelpunkte gegeben sind, den Halbmesser zu finden.

Es sey z. B. 150 der Bogen, und 82° der Winkel am Mittelpunkt gegeben.

Man suche durch die Proportion den Umfang des ganzen Zirkels und dividire solchen mit P = 6,28---

$82° : 360° = 150 : u$, dem ganzen Umfange

und $\frac{360 . 150}{82 . 6,28} = 104,---$, der verlangte Halbmesser.

Wenn der Bogen und der Halbmesser gegeben sind, den Winkel am Mittelpunkte zu finden.

Es sey z. B. 160 der Halbmesser, der Bogen 186, den Winkel zu finden.

Man suche zu dem gegebenen Halbmesser den ganzen Umfang, und setze dieses in Proportion

$(160 . 6,28) : 186 = 360 : m$, dem Winkel am Mittelpunkte

und $\frac{186 . 360}{160 . 6,28} = 66°$ ---, der verlangte Winkel.

§. 163.

Das Verhältniß des Durchmessers zum Umfange des Zirkels zu finden.

Da der Durchmesser der doppelte Halbmesser ist, so kann man nach dem im vorigen §. gefundenen Umfange, wenn der Diameter d genannt wird, das Verhältniß also setzen:

d : P = 2 : 6,28344, und
d : P = 1 : 3,14172, die Glieder mit 2 dividirt.

Wenn der Diameter eines Zirkels bekannt ist, den Umfang zu finden.

Es sey z. B. in Fig. 87, der Diameter cb = 156, den Umfang zu finden.

Man multiplizire die vorhin gefundene Zahl des Umfanges mit dem Gegebenen Diameter, denn ein 156mal größerer Diameter, giebt einen 156mal größern Umfang, folglich:

P = 3,14 - - -
156, der gegebene Diameter.
1884
1570
314
489,84, der verlangte Umfang.

Die übrigen Aufgaben können auf eine ähnliche Art wie im vorigen §. gezeigt ist, berechnet werden.

§. 164.

Das Verhältniß des Quadrats vom Halbmesser zum Inhalt des Zirkels zu finden.

Man kann den Zirkel als ein Vieleck betrachten, und so als bestände es aus Dreyecken, deren Grundlinien am Umfange, und deren Spitzen im Mittelpunkte zusammenstoßen, so ist der Umfang des Zirkels die Grundlinie sämmtlicher Dreyecke, und der Radius die Höhe derselben. Man findet also den Inhalt des Zirkels, wenn der Umfang desselben (die Grundlinien) mit dem halben Radius (die halbe Höhe der Dreyecke) multiplizirt wird, nun ist aber

$1 = r$, der Radius.

1

$1 = r^2$, das Quadrat vom Halbmesser, und

$P = 6{,}28344$, der Umfang (Grundlinie).

$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} r$, der halbe Radius (Höhe)

$3{,}14172$, der Inhalt des Zirkels, wenn der Radius 1 ist.

Da nun die Zirkel als unendlich vielseitige Vielecke einander ähnlich, und die Halbmesser ähnlich liegende Linien sind, auch die Inhalte der ähnlichen Vielecke sich wie die Quadrate ihrer ähnlich liegenden Seiten verhalten; so ist, wenn man den Inhalt des Zirkels I nennt

$r^2 : I = 1 : 3{,}14172$, das Verhältniß.

Wenn der Halbmesser gegeben ist, den Inhalt des Zirkels zu finden.

Wenn z. B. in Fig. 87, $ab = 78$, gegeben, den Inhalt des Zirkels A, zu finden.

Man multiplizire die vorhin gefundene Zahl des Inhalts mit dem Quadrate des Halbmessers. Denn wird das Quadrat des Radius größer, so wird es auch der Inhalt des Zirkels.

also ab = 78, gegebener Halbmesser

```
      78
     ----
     624
    546
   -----
    6084 = ab²
    3,14 --- = I, der gefundene Inhalt
   --------
    24336
    6084
   18252
  ----------
   19103,76, der verlangte Inhalt des Zirkels A.
```

Wenn der Inhalt eines Zirkels gegeben ist, den Halbmesser zu finden.

Z. B. wenn der Inhalt 24785 gegeben, den Halbmesser zu finden.

Man dividire den gegebenen Inhalt mit I = 3,14 ---, und ziehe aus dem Quotienten die Quadratwurzel, wie solches aus voriger Berechnung folgt.

```
3,14 | 24785,00 |        78 | 93 |       88,8 ---, der verlangte
     | 2198     |        64 |    |         Halbmesser.
     -----------         --   ---
        2805             14 | 93
        2512            (1  | 68 )
        ----             --  --
        2930             13 | 44 |
        2826                     --
        ----              1 | 49 | 31
        1040             (  | 17 | 68 )
         942              1 | 41 | 44
        ----
          980
          942
          ---
          380
```

Wenn der Halbmesser und der Winkel am

Mittelpunkte gegeben, den Inhalt des Ausschnitts zu finden.

Wenn z. B. in Fig. 88, ab = 95, ∠ m = 70° gegeben, den Inhalt des Ausschnitts zu finden.

Man berechne wie vorhin, den Inhalt des ganzen Zirkels, und setze solches in Proportion; denn je kleiner der Winkel am Mittelpunkte, je kleiner ist der Ausschnitt, als:

360 : 70 = 95.95.3,14 : Inhalte des Ausschnitts

```
           95
          ----
          475
          855
          -----
          9025
          3,14
          -----
         36100
          9025
         27075
        -------------
        28338,50, Inhalt des ganzen Zirkels.
             70
        ---------
    360 | 1983695,00 | 5510,26 --- der verlangte In-
          1800                      halt des Ausschnitts.
        ------
          1836
          1800
          -----
           369
           360
          -----
            950
            720
           -----
           2300
```

Wenn der Inhalt des Ausschnitts und der

Winkel am Mittelpunkte gegeben, den Halbmesser des Zirkels zu finden.

Es sey z. B. der Inhalt des Ausschnitts 8594, und der Winkel am Mittelpunkte 84°, gegeben.

Man suche durch eine Proportion den Inhalt des ganzen Zirkels; dividire solchen mit I = 3,14 ---, und ziehe dann aus dem Quotienten die Quadratwurzel, also:

84° : 360° = 5894 : Inhalte des ganzen Zirkels

und $\frac{360 . 5894}{84 . 3,14}$ =

80	44	89 ---, der verlangte Halbmesser.
64		
16	44	
(1	69	
15	21	
1	23	

Wenn der Inhalt des Ausschnitts und der Halbmesser gegeben, den Winkel am Mittelpunkte zu finden.

Wenn z. B. der Inhalt des Ausschnitts 6583, und der Halbmesser 94 ist, den Winkel am Mittelpunkte zu finden.

Man suche den Inhalt des ganzen Zirkels, und setze diesen in Proportion, also

(94.94.3,14) : 6583 = 360° : Winkel am Mittelp.

$\frac{6583 . 360}{94 . 94 . 3,14}$ = 85° ---, der verlangte Winkel.

§. 165.

Das Verhältniß des Quadrats, vom Durchmesser, zum Inhalte des Zirkels zu finden.

Da der Durchmesser das zweyfache vom Halbmesser ist, so kann man setzen:

$$2 = d$$
$$2 = d$$
$$(4 = d^2),\ \text{also}$$

$d^2 : 1 = 4 : 3{,}14172$ und

$1 : 0{,}78543$, wenn mit 4 dividirt wird.

Wenn der Diameter eines Zirkels bekannt ist, den Inhalt zu finden.

Wenn z. B. in Fig. 87, cb = 156 gegeben, den Inhalt zu finden.

Man mache das Quadrat des Diameters und multiplizire solches mit 0,785 ---, als:

```
    156, gegebener Diameter
    156
   ----
    936
   780
  156
  -----
  24336, Quadrat des Diameters
   0,785
  -----
 121680
194688
170352
---------
19103,760, verlangter Inhalt der Zirkelfläche,
```

Die übrigen Aufgaben sind auf ähnliche Art wie im vorigen §. gezeigt worden, zu berechnen.

Wenn der Halbmesser eines Zirkels und die Sehne des Abschnitts bekannt, den Inhalt des Abschnitts zu finden.

Wenn z. B. in Fig. 89, cb = 118, ab = 156 gegeben, den Inhalt des Abschnitts A zu finden.

1) Die ∠ v, x und y werden auf folgende Art gesucht:

ac : Sin. ∠ n = ad : Sin. ∠ v
118 90° 78

10,0000000, Logr. Sin. von 90°
1,8920946, Logr. von 78
11,8920946 60
2,0718820, Logr. von 118 90° = R
9,8202126, Logr. Sin. von 41° 22′ = ∠ v
2
82° 44′ = ∠ x
48° 38′ = ∠ y

2) Sucht man die Höhe cd und den Inhalt des Dreyecks abc, also:

Sin. ∠ v : ad = Sin. ∠ y : cd, der Höhe.
41° 22′ 78 48° 38′

1,8920946, Logr. von 78
9,8753482, Logr. Sinus von 48° 38′
11,7674428
9,8202126, Logr. Sinus von 41° 22′
1,9472302, Logr. von 88,56 = cd, der Höhe
78 = ad, halbe Grundl.
70848
61992
6907,68 = △ abc.

3) Sucht man den Inhalt des Ausschnitts und zieht von diesem den Inhalt des Dreyecks ab, als

$360^\circ : 82^\circ 44' = 118.118.3{,}14$: Inhalt des Ausschn.

```
  60       60            118
21600'   4964'           944
                        118
                        118
                      13924
                       3,14
                      55696
                    13924
                   41772
                   43721,36
                       4964
                  17488544
                26232816
               39349224
              17488544
21600 | 217032831,04 | 10047,80--, Inh. d. Ausschnitts
        216          |  6907,68, Inh. des △ abc
          1032       |  3140,12, Inhalt des Abschnitts.
           864
          1688
          1512
          1763
          1728
           551.
```

Der Inhalt einer Fläche wie B, wird gefunden, wenn man erst den kleinen Abschnitt über der Sehne gh sucht, dann den großen Abschnitt über ef, und erstern vom letztern abzieht.

Zweyter Abschnitt.

Anwendungen aufs Feldmessen, Taktik und Fortifikation.

Auf das Feldmessen.

§. 166.

Um auf dem Felde das Winkelmessen und Abstechen mit Stäben zu üben, auch einige entstehende Linien der Fortifikation und Taktik, zu beurtheilen, ist der Halbmesser 1 angenommen und folgende Linien von 5 zu 5, bis 180° berechnet, als:

1) Die Bogen zu den Winkeln nach §. 162

$360° : 5° = 6,28 : \text{Bogen von } 5°$

5

360 | 31,40 | 0,09, der Bogen von 5°

32 40

2) Die Sinusse sind nach §. 159 gefunden, als:

Radius : 1 = Sinus von 5°

10000000 871557,

10000000 | 871557 | 0,09, der Sinus von 5°

3) Die

3) Die Tangente ist also gefunden.

1000000 : 1 = Tang. von 5°
874887
1
10000000|874887|0,09, Tangente von 5°

4) Die Secante ist gefunden.

10000000 : 1 = Secante von 5°
10038199
1
10000000|0038199|1,00, Secante von 5°

Also der Sinus, die Tangente, und die Secante eines Winkels, werden gefunden, wenn der gewöhnliche Sinus aus der Tafel mit 10000000 dividirt wird, das heißt sieben Decimalstellen bekömmt.

5) Die Sehne wird gefunden, wenn man den zweyfachen Sinus eines halb so großen Winkels mit 10000000 dividirt, das heißt, ihm sieben Decimalstellen giebt, als:

436194 Sinus von 2° 30'
2
0,0872388 also 0,08 Sehne von 5°

6) Der Sinusversus wird gefunden, wenn man den Cosinus vom Radius subtrahirt, und dem Reste sieben Decimalstellen giebt. Fig. 90.

10000000 = Radius
9961947 = Cosinus von 5°, oder Sinus von 85°
0,0038053 also 0,004, der Sinusversus von 5°

BAYERISCHE STAATS-BIBLIOTHEK MUENCHEN

7) Die dritte Linie eines Dreyecks, wenn die eine 1, und die andre $\frac{1}{2}$ ist, wird nach §. 160 gefunden. Fig. 91.

1 : 1 180
$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ 5 gegebener Winkel
1,5 0,5 2 | 175°
87° 30ʹ halbe Summe.

— 1,6989700 Logr. von 0,5
11,3599059 Logr. Tang. von 87° 30ʹ
11,0588759
0,1760913 Logr. von 1,5
10,8827836 Logr. Tang. von 82° 32ʹ halbe Diff.
87° 30ʹ halbe Summe
170° 2ʹ der größte ∠
4° 58ʹ der kleinste ∠

Sin. 170° 2ʹ : 1 = Sin. ∠ 5° : der dritten Seite
0,0000000 Logr. von 1
8,9402960 Logr. Sinus. von 5°
8,9402960
9,2382349 Logr. Sin. von 170° 2ʹ, das heißt von 9° 58ʹ
— 1,7020611 Logr. von 0,5036, dritte Seite.

8) Will man die Differenz des Radius und der Secante, so darf man nur in dieser Tabelle 1 von seiner Secante Subtrahiren

576 Secante von 80°
1 der Halbmesser
4,76 Diffr. des Radius und der Secante von 80°

Winkel m	Bogen c b	Sehnen c b	3. Seite f g wenn h f = 1, h g = ½	Sinusse c d	Sinusversusse d b	Tangenten b e	Secanten a e
5	0,09	0,09	0,50	0,09	0,004	0,09	1,00
10	0,17	0,17	0,51	0,17	0,015	0,18	1,02
15	0,26	0,26	0,53	0,26	0,036	0,27	1,04
20	0,34	0,34	0,55	0,34	0,063	0,36	1,06
25	0,43	0,43	0,59	0,42	0,094	0,47	1,10
30	0,52	0,51	0,63	0,50	0,134	0,58	1,16
35	0,61	0,60	0,65	0,57	0,181	0,70	1,22
40	0,69	0,68	0,69	0,64	0,234	0,84	1,31
45	0,78	0,76	0,73	0,71	0,293	1,00	1,41
50	0,87	0,84	0,76	0,77	0,357	1,19	1,56
55	0,95	0,92	0,82	0,82	0,427	1,43	1,74
60	1,04	1,00	0,86	0,87	0,500	1,73	2,00
65	1,13	1,07	0,90	0,90	0,578	2,14	2,37
70	1,21	1,14	0,95	0,94	0,650	2,75	2,92
75	1,30	1,21	0,99	0,96	0,733	3,73	3,83
80	1,38	1,28	1,03	0,98	0,826	5,67	5,76
85	1,47	1,35	1,08	0,99	0,913	11,30	11,47
90	1,57	1,41	1,11	1,00	1,000		

Winkel m	Bogen c b	Sehnen c b	3te Seite f g wenn h f = 1, h g = ½
95	1,66	1,46	1,18
100	1,74	1,54	1,20
105	1,83	1,58	1,23
110	1,91	1,64	1,26
115	2,01	1,68	1,29
120	2,08	1,74	1,32
125	2,17	1,77	1,35
130	2,26	1,80	1,37
135	2,35	1,84	1,39
140	2,42	1,87	1,42
145	2,51	1,90	1,44
150	2,60	1,92	1,45
155	2,68	1,94	1,46
160	2,76	1,96	1,47
165	1,85	1,97	1,48
170	2,94	1,98	1,49
175	3,04	1,99	1,49
180	3,14	2,00	1,50

§. 167.

Der Hauptzweck des Feldmessens ist, die Gegenstände einer Gegend des Feldes so aufs Papier zu Zeichnen, daß die Fläche auf dem Papiere, der auf dem Felde ähnlich ist; daher gehört hierzu:

Erstens. Planzeichnen.
Zweitens. Linienmessen.
Drittens. Winkelmessen.

Dieses wird aber durch mündlichen Unterricht kürzer und leichter gezeigt, als es durch weitläuftige Beschreibungen geschehen kann, nur einiges will ich hier darüber sagen.

§. 168.

Soll ein gezeichneter Plan sich gut ansehen lassen, so muß das zu Künstliche im Zeichnen und das zu Bunte in Farben vermieden werden.

Denn ersteres giebt dem Plane ein ängstliches, und letzteres kein ernstes Ansehen. Auch erfordert ersteres zu viel Zeit, die oft derjenige, der im Kriege Gebrauch vom Zeichnen machen will, nicht hat.

Beym Zeichnen muß man sich weder ängstlich noch langsam gewöhnen.

Denn wie kann einer im Kriege Gegenden geschwinde aufnehmen, der nicht geschwinde und gehörig Zeichnen kann.

Genau und deutlich; dieses ist es, was man vors Auge nehmen muß.

Daher übe man sich, glatte und reine Striche zu mamachen, und durch einfache Zeichen, die auf dem Plane zu bemerkenden Gegenstände auszudrücken.

Die Uebung geschieht, wenn man gut gezeichnete Vorschriften nimmt, die Striche auf selbigen mit einer trocknen Feder und mit gehöriger Haltung derselben, (so wie es ein Lehrer gezeigt hat) nach ziehet.

Hierdurch bekömmt man eine Festigkeit in die Hand, die kein Lehrer geben kann, sondern die der Lernende durch Fleiß sich selbst erwerben muß.

Man hat nur einige Hauptstriche, und dann Anlegen und Verwaschen, beym Zeichnen nöthig.

Hat ein Lehrer dieses ordentlich gezeigt, und der Lernende sich hierinn gehörig geübt, so können kleine Situationspläne copirt werden; besonders gut sind solche, von einer Gegend, worin sich der Lernende befindet, weil er alsdann seine Zeichnung mit der Gegend vergleichen kann.

§. 169.

Dieses Copiren geschieht nun

Erstens. Indem der Lehrer kleine Bergmodelle von Lehm macht, die der Lernende dann nachzeichnet, um dadurch einen richtigen Ausdruck der Striche und deren Lage, zu erlangen.

Zweitens. Durch die Scheibe.

Man legt ein weißes Pappier auf den Plan, den man abzeichnen will, und sticht es an den Enden mit Nadeln zusammen, hält dieses gegen eine dazu gemachte Glasscheibe oder gegen das Fenster, so wird man den Plan durch das weiße Blatt sehen, und so mit Bley nachzeichnen können. Ist der Plan in Bley copirt, so wird

1) der Rand, die Stellungen der Truppen, und Schonungen mit Tusche ausgezogen.

2) Wald schwarz, und Wiese grün angelegt.

3) Dörfer, Wege und Flüsse werden ausgezogen und die Berge gezeichnet.

4) Wasser schattirt und angelegt; Brücher blau gestrichen; Wege, Fußsteige, Truppen und Marschlinien angelegt.

5) Schanzen, Kanonen und Verhaue gezeichnet.

6) Beschrieben.

7) Wald, Schonungen, Ackerholtz, Alleen, Elsen, Weinberge, Mühlen und Wiesen, gezeichnet.

8) Dörfer werden schraffirt, roth angelegt, oder Häuser gezeichnet, Bäume angelegt, und ausgeputzt.

Drittens. Durch Quadrate.

Dieses geschieht, indem man auf den Plan, welchen man abzeichnen will, ein willkührliches Maß aus einer Ecke seitwärts und auch senkrecht hinaufwärts setzt, so oft es sich thun läßt, und so auf alle vier Seiten dieses Plans; zieht dann diese Punkte zusammen, so entstehn eine Menge Quadrate, die einander gleich sind.

Auf das Pappier, welches zur Anfertigung des Plans bestimmt ist, werden eben so viele gleiche Quadrate der Länge, und eben so viele Reihen derselben der Höhe nach construirt.

Endlich zeichnet man mit Bley, in jedes dieser Quadrate, dasjenige, was in jedem des Originals enthalten ist. Dieser also in Bley copirte Plan wird, wie vorhin gesagt, weiter angefertigt.

Auf diese Art kann ein gegebner Plan nach einem kleinern Maßstabe gezeichnet (verkleinert) werden. Denn man darf nur die Seiten des Quadrats auf dem weißen Pappier, kleiner als die auf der Zeichnung machen. Eben so geschiehet es auch, wenn der Plan vergrößert gezeichnet werden soll, z. B. die vesten Punkte der Dörfer und dergleichen aus einer Generalkarte des Kreises, von welchem ein Situationsplan gemacht werden soll.

Viertens. Durch Dreyecke.

Diese Art kann dazu dienen, wenn eine Gegend Stückweise und nach verschiedenen Maßstäben gemessen, oder auch nur nach dem Augenmaß aufgenommen (croquirt) worden, diese Stücke in einen Plan zusammenzuzeichnen (zusammenzutragen).

1) Man zeichne vergrößert aus einer Generalkarte des Kreises die vesten Punkte dieser Gegend mit Bley auf das Pappier, worauf das Zusammentragen gesehen soll.

2) Ziehe man allemal drey dieser vesten Punkte zusammen, so entstehen eine Menge Dreyecke.

3) Ziehe man auf der Aufnahme drey von diesen aus der Generalkarte genommenen Gegenständen zusammen, so wird das Dreyeck auf der Aufnahme dem aus der Generalkarte ähnlich seyn.

4) Dieses sey nun, oder es sey nicht; so theilt man doch beyde wieder in verschiedene kleinere Dreyecke, und zeichnet alsdann die Situation aus solchem Dreyeck der Croqui in das Dreyeck aus der Generalkarte, und verfährt eben so mit jeder dieser Aufnahmen.

Auf diese Art wird, wenn die Croqui nicht richtig ist, die Situation aus selbiger verschoben und berichtigt, so daß jede in ihren Raum gezeichnet werden kann: wollte man hingegen solche Aufnahme durch Quadrate einzeichnen, so würde eine in die andre fallen, und am Ende für die letzte kein Raum zum Einzeichnen bleiben.

Dieses Zusammentragen ist zwar gewöhnlich ein Geschäft des Ingenieurgeographs, indessen derjenige, der die Aufnahme angefertigt, also die Gegend gesehen hat, wird auch seine eigne besser berichtigen und mit einer nebenliegenden Aufnahme vereinigen können, als es der kann, der sie zusammensetzen soll, und die Gegend nicht gesehen hat, mithin es errathen muß.

Fünftens. Nach dem Augenmaße.

Man lege einen Plan vor sich auf den Tisch; nehme Pergament oder Pappier, das auf einem dünnen Brette oder Pappe befestigt ist, auf die linke Hand, und suche diesen Plan mit dem Augenmaße, ohne Quadrate oder andere Hülfslinien, in Bley zu copiren, wobey man aber stehen, die Arme nicht auflegen, sondern völlig so verfahren muß, als stände man auf dem Felde und sähe die Gegend vor sich.

Zuletzt verkleinert man solchen Plan, und macht ihn so klein, als es geschehen kann, damit man gewöhnt werde, die in einer Gegend befindlichen Gegenstände mit der Bleyfeder klein und deutlich auszudrücken; denn es ist ein Hauptfehler beym Aufnehmen, daß man Anfangs die Gegenstände zu groß zeichnet, dann neben bey nicht Platz genug behält, das neben liegende zu zeichnen; endlich eins ins andere schreibt, das Brouillon unordentlich macht, und wenn man fertig ist, nichts gebrauchen kann.

§. 170.

Standpunkt wird derjenige Punkt genannt, in dem man auf dem Felde steht.

Von diesem Punkte aus, kann man sich gerade Linien nach allen Gegenständen hin vorstellen. Z. B. Fig. 92. aus a nach b und c; wie auch Linien zwischen diesen Gegenständen, wie cb, bf, ed u. s. w.

Diese Linien bilden entweder Winkel, wie ab und ac den ∠ m, oder liegen auf einander wie fb auf fa, oder liegen eine in der Verlängerung der andern, wie ab in fa, oder eine ist parallel der andern, wie ab ⌗ ed.

Nicht ein Punkt, sondern zwey bestimmen die Lage einer Linie, und sind es die zwey Endpunkte, so bestimmen sie die Lage und auch die Länge derselben.

Denn um jeden Punkt, wie Fig. 93, um c, können unendlich viele gerade Linien, die in verschiedenen Lagen sind, gedacht werden, wie ac, bc, dc.

§. 171.

Auf dem Felde eine Linie zu verlängern.

Z. B. in Fig. 94. die Linie ab nach c.

Hierzu müssen zwey sichtbare Gegenstände in dieser Linie seyn, weil, wenn man nur einen Punkt sieht, dieser nicht die Lage der Linie bestimmen kann.

Man stellt sich so, daß man bey dem vordersten nicht vorbey den hintersten seitwärts sieht; markirt diesen Punkt mit einer Stange, tritt dann einige Schritte

zurück; untersucht die Richtung und verbessert sie, wenn es nöthig ist.

Ungeachtet dieses auf dem Felde gezeigt wird, so sey hier doch noch folgendes bemerkt.

Beyde Stangen, welche die Linie markiren, müssen senkrecht stehn.

Denn gesetzt, es hinge b mit dem obern Theile seitwärts nach d aus der Linie, so wird, wenn man (wie es beym Verlängern über Höhen geschehen muß) nach dem obern Theil des Stabes richtet, die Verlängerung nicht in c, sondern auch seitwärts in e treffen. Um die Größe dieses Fehlers zu beurtheilen, sehe man auf △ abd und △ ace, wo:

$$ab : bd = ac : ce.$$

Beyde Stangen in der Linie müssen nicht zu kurz an einander stehn.

Z. B. wenn in Fig. 95. ab nur kurz ist, und man setzt den ersten Stab, statt in d, mit einem kleinen Fehler in g (welches zwar in der Geometrie, wo der Punkt untheilbar ist, nicht gedacht wird, in der Ausübung auf dem Felde aber, wo solcher durch eine 1 Zoll starke Stange bemerkt wird, wohl vorkommen kann) und richtet sich nun wieder bey e auf b und g, so kömmt man in h; vergrößert also dadurch den Fehler, und eben so in k und l.

Der Fall, daß man das Verlängern einer Linie kurz und oft wiederhohlen müsse, findet sich, wenn die Verlängerung über Höhen geht, wo die hintersten Stangen (weil man allezeit zwey sehen muß) nicht weit gesehen werden.

Kann man sich hierzu eines Instrumentes bedienen,

so geschieht es auf folgende Art: Man richtet erst das Instrument in d genau auf ab, in der Linie ein, (welches, weil es mit Dioptern geschieht, schon weniger Fehlerhaft ist) und Viesirt mit den unbeweglichen Dioptern nach den zurückliegenden Gegenständen dieser Linie; tritt hierauf herum, und richtet einen Gehülfen nicht bey e, sondern in weiterer Entfernung bey f, mit einer Stange ein (weil dieser nur d und nicht zugleich b mit zu sehen braucht) markirt endlich den Punkt d, wo das Instrument gestanden, und setzt das Verlängern auf ähnliche Art fort.

Muß man sich aber Stangen bedienen, ohne ein Instrument, so stelle man diese gut senkrecht, trete zurück, und sehe die Richtung aufs strengste nach. Man hat eine Methode die Richtung der Stangen so zu nehmen, daß das Auge dicht an die Stange gehalten wird, und wenn man so vor einer Seite dieser Stange vorbey sieht, man auch zugleich auf eben dieser Seite vor den andern beyden Stangen vorbey sehen soll, weil in diesem Falle die Dicken der Stangen nicht in Betracht kommen; indessen durch diese zu große Mühe wird das dicht an die Stange gelegte Auge geblendet, und geschieht dieses, so ist das Richten noch weniger fehlerfrey.

§. 172.

Steht man zwischen zwey Punkten, die die Lage einer Linie bestimmen, so kann man es selbst nicht wissen, ob man in dieser Linie ist.

Z. B. Man stände Fig. 96. in c, zwischen a und b, so hat man kein anderes Merkmal, als daß ac und bc jede für sich, gerade Linien sind, und der Win-

kel m müßte schon viel von 2 R abweichen, wenn er als Winkel ins Auge fallen sollte.

Zwischen zwey Punkten mehrere Punkte in der geraden Linie zu bezeichnen.

1) Wenn man nach einem Endpunkte kommen kann und einen Gehülfen hat.

Z. B. Fig. 97. den Punkt c in der Linie ab. Man stellt sich einige Schritte in die Verlängerung derselben in e; der Gehülfe tritt in die Gegend, wo der Punkt markirt werden soll in f, so daß er den Stab mit ausgestrecktem Arm nach der Linie zu, und das Gesicht nach dem hat, der ihn einrichtet; hierauf winkt man ihm mit der Hand, wohin er seinen Stab weiter setzen soll, und wenn solcher richtig steht, befestigt er ihn. In der Gegend bey d, kann sich der Gehülfe schon selbst auf der Verlängerung ac richten, indessen ist es genauer, wenn diese Verlängerung von b aus verbessert wird, weil beym Verlängern Fehler entstehen können.

2) Wenn man keinen Gehülfen hat und an den Endpunkt kommen kann.

Man setzt in die Verlängerung der Linie ab, in e, eine Stange, und richtet sich bey c auf der Verlängerung be; hierbey wird man be nicht zu kurz und die Verlängerungen genau machen, und zuletzt von b aus, die Richtung in c nachsehen müssen.

3) Wenn man zu keinem Endpunkte dieser Linie kommen kann und einen Gehülfen hat.

Z. B. in Fig. 98. den Punkt g in der Linie ab. Man stellt sich ungefähr in die Linie in c, und der Gehülfe hat den Auftrag, sich in d in die Verlängerung ac zu stellen; auch wenn man sich aus c bewegt,

muß jener stets mitgehen, und die Richtung nach dem Punkte a und dem aus c zu, behalten. In c wird man, nach d und b, den Nebenwinkel m sehen, und von diesem auf den Winkel acb schließen, also weiter vorgehen. In e ist der Nebenwinkel n schon kleiner, und in g hat gh und gb schon einerley Lage, also auch die Verlängerung ga; mithin sind die Punkte g und h in der Linie ab, und können markirt werden.

4) Ohne Gehülfen, und ohne an den Endpunkt zu kommen mit einem Instrumente.

Man setzt das Instrument bey c auf, und Visirt mit den unbeweglichen Diopteren nach dem Gegenstande a; läßt solche ungerückt, tritt herum, und sieht durch eben diese Diopteren, ob solche nach b zu stehen; sieht man nun, wie in c, nicht nach b, sondern links vorbey, so wird man weiter vorgehen, und solches so oft wiederholen, bis man in g, wenn man nach a Visirt hat, herum tritt und nachsieht, es zugleich auch auf b trifft.

Da hierbey nur die unbeweglichen Diopteren gebraucht werden, so kann dieses auch ein Hand-Meßtisch seyn, wo man willkührlich zwey Nadeln eingestochen hat.

§. 173.

Den Punkt zu finden, wo sich zwey Linien verlängert schneiden.

Z. B. in Fig. 99. den Punkt f in der Verlängerung ab und cd.

Man stellt sich in die Verlängerung einer dieser Linien z. B. in e, sieht sich nach a und b um, und schreitet dann in der Verlängerung cd gerade vorwärts, indem man zugleich mit auf ab sieht, bis man in f in beyden Verlängerungen ist.

§. 174.

Den Punkt zu finden, wo sich zwey Linien schneiden.

Z. B. in Fig, 100 den Punkt e in den beyden Linien ab und cd.

1) Wenn man zwey Gehülfen hat und nach dem Endpunkte kommen kann.
Man läßt sich von einem Gehülfen, der in a ist, in der Linie ab, und von dem andern, der in d ist, in der Linie dc, in e einrichten.

2) Wenn man nur einen Gehülfen hat, und nach den Endpunkten kommen kann.
Man läßt sich von diesem in f in der Linie ab, und in g, in der Linie dc, einrichten, und sucht dann wie §. 173. den Punkt e, wo sich af, dg verlängert schneiden.

3) Wenn man keinen Gehülfen hat und nach den Endpunkten kommen kann.
Man verlängert ab nach h, und cd nach k, und sucht dann den Punkt e, wo sich ah, dk verlängert schneiden.

4) Wenn man nach keinem Endpunkte kommen kann, und einen Gehülfen hat.
Man markirt die Punkte f, g wie §. 172. No. 3. in den Linien ab, cd, und sucht dann, wo sich af, dg verlängert schneiden.

5) Wenn man nach keinem Endpunkte kommen kann, und keinen Gehülfen, aber ein Instrument hat.
Es werden die Punkte f,g, in den Linien ab und cd, wie §. 172. No. 4, und dann die Verlängerung af, dg, in e gefunden.

§. 175.

Um vom Standpunkte aus nach einem Gegenstande in gerader Linie hin zu gehen, muß man entweder in dieser Linie, oder in der Verlängerung derselben noch eine sichtbare Marke wählen.

Wenn man z. B. in Fig. 101, von a nach b in gerader Linie gehen will, und man b zum Object annimmt, so kann man unvermerkt aus der Linie kommen, z. B. nach c; und da man von allen Punkten aus nach b, eine gerade Linie hat, so könnte man in c glauben, in der Linie ab zu seyn; gesetzt aber auch, man sähe sich in c nach b um, und bemerkte den Winkel m, also, daß man rechts aus der Linie sey, wollte sich dann wieder links herein ziehen, so könnte auch dieses zu weit, bis nach d geschehen, weil man keine Gewisheit hätte, in der Linie ab zu seyn.

Von einem Standpunkte nach einem Gegenstande in gerader Linie hin zu schreiten.

Z. B. in Fig. 102. von a nach b.

Man nimmt, außer den Gegenstand b, noch eine andere Marke, entweder in der Verlängerung, wie d, oder innerhalb der Linie wie e, und schreitet dann von a aus, so nach b zu, daß man immer in der Verlängerung db oder eb bleibt; auf diese Art bleibt man gewiß in der Linie, denn käme man rechts, wie bey c, heraus, so sieht man gleich, das man nicht in der Verlängerung bd, also auch nicht in ab ist.

Nimmt

Nimmt man, in Ermangelung dieser Merkmahle, in dieser Linie oder in der Verlängerung derselben, einen seitwärts liegenden Gegenstand, z. B. in Fig. 103. e, und will so nach b hinschreiten, daß e auf dieser Seite immer unter demselben Abstande bleibt, so ergiebt sich folgendes:

1) Je näher man in ab an b kömmt, je kleiner wird dieser Abstand: So ist in c der Abstand bf kleiner als in a der Abstand bg war, nach der Figur.

2) Je näher man in ab nach b kömmt, je größer scheint dieser Abstand, der würklich kleiner ist, zu seyn: denn es ist im Dreyeck ace, ∠ n > m, weil es ein äußerer, und man sieht in c den kleinern Abstand bf unter einem größern Winkel n, wie in a den Abstand bg unter dem Winkel m; denkt sich daher bf > bg, und ist in Versuchung, von c nach d aus der Linie hinaus, oder überhaupt einen Bogen zu durchgehen, welcher entsteht, wenn um abe ein Zirkel beschrieben wird, weil alsdann alle Winkel, die in dem Bogen von a bis b liegen, und auf be stehen, einander gleich sind.

Geht ein andrer eine gerade Linie, so kann man, wenn man dieser Linie seitwärts steht, nicht richtig nachsehen, ob dieser in gerader Linie fortgeht

Es ginge z. B. in Fig. 104. einer von a nach b in gerader Linie, und man stände in g.

Ist dieser nun bis e, so ist man in Versuchung, zu glauben, er sey rechts aus der Linie, und müßte nach c, um in ab zu seyn.

Oder ist dieser in der Verlängerung bis f, so könnte man ihn links aus der Linie zu seyn glauben, und er müßte nach d.

Will man also einen andern in einer geraden Linie einrichten, so muß man selber darin seyn.

§. 176.

Theilt man auf dem Felde eine Linie in zwey gleiche Theile, und steht an einem Endpunkte dieser Linie, so ist man in Versuchung, den nähern Theil größer als den entferntern zu beurtheilen.

Z. B. in Fig. 105. sey die Linie ab, in c, in zwey gleiche Theile getheilt: Steht man nun in a, so ist das Auge in der Höhe wie d, und der nähere Theil ac fällt unter dem größern Winkel m, der entferntere Theil cb aber, unter dem kleinern Winkel n, ins Auge, daher ac größer wie cb zu seyn scheint.

§. 177.

Auf dem Felde eine Linie zu messen.

1) Mit der Meßkette, Z. B. in Fig. 105, ab.

Hierzu müssen zwey Mann seyn: der am vordersten Ende der Kette hat 10 kleine Markierstäbe in der Tasche und 10 Ringe auf seinem Kettenstabe: der hinterste setzt den Kettenstab in a, und der vorderste geht so weit als die Kette reicht, bis c, und wird

dann von dem hintersten in der Linie ab eingerichtet; ist dieses geschehen, so zieht er die Kette straff an, und markirt mit einem von seinen 10 kleinen Stäben den Punkt, wo dieses hintrift. Hierauf gehen beyde weiter; der hinterste geht bis c, nimmt den Markierstab weg und setzt den Kettenstab in diesen Punkt; der vorderste geht, so weit seine Kette reicht, nach d, wo er sich schon selbst in der Verlängerung ac einrichten kann, jedoch muß der hinterste aus c, diese Richtung nachsehen, und verbessern, wenn es nöthig ist, weil es Fehler geben kann, eine kurze Linie von 5 Ruthen lang zu verlängern; steht alsdann der vorderste richtig, so zieht dieser die Kette an, markiert den Punkt, und geht weiter u. s. w.

Sind die Stäbe des vordersten alle, so geht dieser zum hintersten, läßt sich die 10 Stäbe wieder geben, und giebt ihm an deren Stelle einen Ring von seinem Kettenstabe. Auf diese Art hat man in jedem Theile dieser Linie gewißheit, wie weit die beyden Kettenzieher gemessen haben, weil man nur den hintersten fragen darf, wie viel Ringe und Stäbe derselbe hat? Gesetzt, die Kette hat, wie gewöhnlich, 5 Ruthen, und der hinterste hat 3 Ringe, 7 Stäbe, und es sind noch an der Kette 2 Ruthen 7 Fuß hinauf zu zählen, so hat man $3. 50 + 7. 5 + 2^{\circ} + 7^{\prime} = 1877^{\prime}$ gemessen.

Geht man von dieser geraden Linie unter einem Winkel, also mit einer neuen Linie ab, so muß der hinterste wieder alle Ringe und Markierstäbe dem vordersten geben, weil alsdann auch von neuem gezählt werden muß.

2) Mit Abschreiten.

Man durchschreitet sie in gerader Linie, wie in §. 175 gesagt ist, zählt dabey die Schritte, und macht für

jedes 100, das man gezählt hat, eine Marke mit Bleyfeder aufs Papier, um sich nicht zu verzählen.

3) Nach dem Augenmaße zu beurtheilen.

Hierzu hat man sich eine bestimmte Weite als Maßstab imprimirt.

Z. B. der Infanterist die Fronte eines Bataillons von 160,
der Cavallerist die Fronte eines Regiments von 450,
der Artillerist eine Schußweite von 1000 Schritt,
weil jeder diese Weite zum öftern übersehen kann.

Ist nun die Weite vom Standpunkte bis zum Gegenstande eben und gänzlich zu übersehen, so legt man diese imprimirte Weite in Gedanken wie einen Maßstab vor sich, nach dem Gegenstande zu, hin, und urtheilt, wie oft diese Weite bis zum Gegenstande hin gelegt werden kann, wobey man sich aber erinnern wird, daß nach §. 176. die entferntere Weite zu kurz gedacht werden könne.

Ist das Zwischenfeld uneben, so daß eine Tiefe dazwischen ist, die man nicht übersehen kann, dann muß die Entfernung darnach beurtheilt werden, wie der Gegenstand groß und deutlich ins Auge fällt; steht man nun hier bey hellem Wetter, so daß man die von der Sonne erleuchtete Seite sieht; so kann man dadurch verleitet werden, die Distance zu kurz zu beurtheilen; hingegen zu lang, wenn man bey Nebel oder trübem Wetter nur dunkle Seiten vom Gegenstande siehet. Selbst gehört hierher, daß man bey Nachtzeit ein Haus, in welchem man Licht sieht, nicht so weit von sich entfernt glaubt als es würklich ist.

Soll die Distance zwischen zwey entfernten Gegenständen beurtheilt werden, und die Distance zwischen ihnen ist eben und zu übersehen; so legt man ebenfalls die imprimirte Weite in Gedanken zwischen diese

Gegenstände, wobey man aber auch wieder merken muß, daß alle diese Weiten unter kleinern Winkeln ins Auge fallen, wodurch man verleitet werden kann, die Distance zu kurz zu beurtheilen. Ist aber auch hier das Feld uneben und nicht zu übersehen, so bildet man sich in Gedanken das Dreyeck, welches beyde Gegenstände mit dem Standpunkte machen, und beurtheilt aus den beyden Linien, vom Standpunkte nach den Gegenständen und dem eingeschlossenen Winkel, die dritte Linie.

§. 178.

Die gewöhnlichen Instrumente, die Winkel auf dem Felde zu messen, sind das Astrolabium, die Boussole, der Meßtisch (oft mit, oft ohne Boussole), auch geschieht es mit Stäben.

Diese Instrumente sind auf vielerley Art angefertiget; sie genau zu beschreiben, würde hier zu weitläuftig seyn; das Nöthige will ich beym Gebrauch derselben sagen.

Einen Winkel zu messen.

Z. B. in Fig. 107. den Winkel m mit dem Astrolabium.

Dieses Instrument hat eine Scheibe, an welcher zwey Dioptern (die unbeweglichen) befestigt sind; die Scheibe selbst hat einen Kreis, der in Grade, und diese wieder in $\frac{1}{4}$ oder $\frac{1}{2}$ Grade abgetheilt sind; im Mittelpunkte dieses Kreises ist ein Linial so befestiget, daß es sich um denselben über der Scheibe drehen läßt; an jedem Ende dieses Linials sind Dioptern befestigt (die beweglichen).

Dieses Instrument wird im Standpunkte a aufgestellt, und erst mit den unbeweglichen Diooptern nach einem der Gegenstände, nach b, so visirt, daß man durch den Einschnitt der Diopter am Auge, den Faden der andern nach dem Gegenstande b richtet; ist dieses geschehen, so drehet man die beweglichen Diooptern, doch ohne die Scheibe selbst zu drehen, und richtet sie auf ähnliche Art nach dem andern Gegenstande c, siehet dann noch einmal die unbeweglichen Diooptern nach, ob sich die Scheibe um etwas mit gedrehet; ist beydes richtig, so zählt man die Grade auf dem Bogen zwischen den Schenkeln dieses Winkels. Hierbey findet es sich nun oft, daß dieser verdeckt ist, wo dann die Grade des Neben- oder Scheitelwinkels gezählt, und der verlangte Winkel nach §. 91. gefunden wird.

Ferner, den Winkel cab Fig. 108. mit einer Boussole zu messen.

Dieses Instrument ist eine runde, in Grade abgetheilte Scheibe, in deren Mittelpunkte eine bewelliche Nadel (der Nordzeiger) deren Spitze sich allezeit nach Norden drehet; an der Scheibe sind zwey Diooptern (unbewegliche); mit diesen visirt man erst nach b, und zählt die Grade bis nach der Spitze des Nordzeigers, hier $\angle m = 112^\circ$; nachher visirt man wieder mit diesen Diooptern nach c, und zählt die Grade des Winkels $n = 42^\circ$, so hat man die Lage dieser beyden Linien an der Nordlinie, und wollte man den Figurwinkel x selbst haben, so ist

$m - n = 112 - 42 = 70^\circ = \angle x$, der Figurwinkel.

Ferner mit einem Meßtisch den Winkel cab Fig. 109. zu messen.

Dieses Instrument ist ein hölzernes Brettgen, worauf man einen Bogen Pappier klebt, und es nachher auf ein Fußgestelle befestigen kann; auch gehört hierzu ein Linial, an dessen beyden Enden Dioptern sind. Auf diesen Tisch zieht man eine Linie a d, legt an diese das Linial, richtet dann diese Dioptern, indem man den Tisch drehet, nach dem Gegenstande b; ist dieses geschehen, so dreht man, ohne den Tisch zu drehen, das Linial um den Punkt a, und visirt nach c; hierauf zieht man an dem Liniale die Linie a e: Auf diese Art hat man den zu messenden Winkel auf dem Pappiere; diesen müßte man mit dem Transporteur messen, wenn man seine Größe in Graden haben wollte.

Hat man kein Diopterlinial, so sticht man in a und d Nadeln senkrecht ein, richtet über diese beyden Nadeln nach b; nachher setzt man eine dünne Bleyfeder in die Gegend bey e, und richtet, ohne den Tisch zu drehen, die Bleyfeder über a nach c; markirt mit dieser einen Punkt, und zieht endlich ae, so hat man den Winkel ebenfalls auf dem Pappiere. Da ein solches Brettchen, nebst Bleyfeder, Pappier und Nadeln so wohl leicht zu bekommen, als auch bequem mit zu führen sind, und die Linie durchs Abschreiten gemessen werden kann, so kann man diese Art Uebung im Messen wohl fürs Militair, wo es nicht auf eine große Genauigkeit ankömmt, vorschlagen; hingegen zu den öconomischen Vermessungen, wie beym Ausmessen einer Forst, beym Bauwesen, oder beym Ausmessen und Vertheilen der Ackerstücke der Gemeine eines Dorfs, wird man zu den Linien die Meßkette, und zu den Winkeln richtige Instrumente, z. B. das Astrolabium u. s. w. nehmen müssen.

Ferner den Winkel c a b Fig. 110 mit Stäben zu messen.

Man gebrauche die §. 166. angefertigte Tabelle, wo die zu den Winkeln gehörigen Sehnen berechnet sind. Auf die Linie ab, setze man, von a nach d, ein beliebiges Maß, hier 50 Fuß (weil die gewöhnliche Meßkette so lang ist) ab, und markire den Punkt d: eben so viel setze man auf die Linie ac, von a nach e; endlich messe man die Sehne de, welche hier 42 Fuß ist.

Will man diesen Winkel aufs Pappier tragen, so construirt man das Dreyeck ade nach einem verjüngten Maßstabe; alsdann kann man die Schenkel ae, ad nach Gefallen verlängern.

Will man den Winkel in Grade bestimmen, so wird die gefundene Sehne 42 = de, mit dem Schenkel 50 = ad bis auf zwey Decimalstellen dividirt, so findet sich die Sehne, wozu der Winkel aus der Tafel genommen wird, also:

Schenkel	Sehne	
ad = 50	de = 42,00	0,84 Sehne von 50° = ∠ x.

Findet sich keine Sehne in der Tafel, die genau mit dem gefundenen Quotienten überein kömmt, z. B. die gemessene wäre 40, also der gefundene Quotient 0,80, so würde der Winkel dazu größer als 45° und kleiner als 50° seyn müssen, und man könnte ihn dann 47° 30′ groß annehmen: erforderten es aber die Umstände, ihn genau zu wissen, und man hätte eine Sinustafel, so erinnere man sich, daß die halbe Sehne, der Sinus zu einem halb so großen Winkel ist, also: $\frac{0,80}{2}$ Sinus von $\angle \frac{x}{2}$, u. nach unserer kleinen Tafel:

$50 : 1 = \frac{40}{2} : m$, der Sinus $\angle \frac{x}{2}$; und wieder

nach der gewöhnlichen Sinustafel

$1 : 10000000 = m : n$, der Sinus von $\angle \frac{\infty}{2}$

Setzt man beyde Proportionen zusammen, so ist

$$50 : 1 = \frac{40}{2} : m, \text{ und}$$

$$1 : 10000000 = m : n, \text{ also}$$

$$50 : 10000000 = \frac{40}{2} : n, \text{ daher}$$

$$\frac{40 \cdot 10000000}{2 \cdot 50} = 4000000, \text{ Sin. von } 23^\circ\, 35^I.$$

$$\frac{2}{\angle \infty = 47^\circ\, 10^I}$$

Hieraus folgt die Regel: man multiplicirt die gefundene Sehne mit 10000000 (schreibt 7 Nullen an) und dividirt mit dem doppelt angenommenen Halbmesser, sucht zu dem gefundenen Sinus den Winkel in der gewöhnlichen Sinustafel, und multiplicirt diesen mit 2.

Einen Winkel nach dem Augenmaß zu beurtheilen.

Die größe des rechten Winkels wird man sich imprimirt haben, weil man diesen sehr oft in Gebäuden u. dergl. vor Augen hat, und darnach urtheilt man, ob der gegebene Winkel, um die Hälfte, ein Drittel rc. größer oder kleiner als ein rechter Winkel ist.

§. 179.

Eine Linie abzustecken.

Man markirt in dieser Linie eine Menge Punkte, wie §. 172. gezeigt worden.

Soll aber diese Leine in allen ihren Theilen sichtbar seyn, so wird zwischen den vorhin markirten Punkten eine Leine straff angezogen, und längs dieser eine kleine Rinne gegraben (Trace gemacht).

Einen Winkel abzustecken.

1) Mit einem Abstrolabium. Z. B. den Winkel cab Fig. 107.

Man stellt das Instrument in dem gegebenen Scheitelpunkte auf, drehet die beweglichen Dioptern, bis sie mit den unbeweglichen unter dem gegeben Winkel sind, richtet dann die unbeweglichen Dioptern in die gegebene Linie ab, sieht nachher durch die beweglichen, und richtet darnach einen Gehülfen in h ein; worauf dann ah nach Gefallen verlängert werden kann.

2) Mit einer Boussole Z. B. den Winkel cab Fig. 108. Hier ist entweder der ∠ m, den die Linie ab mit der Nordlinie machen soll, gegeben; ist dieses, so drehet man das Instrument so, daß der Nordzeiger in diesem Winkel steht, und richtet den Gehülfen in h nach den Dioptern ein; ist aber der Winkel x gegeben, so misset man erst den Winkel n, und addirt diesen zu dem gegebenen Winkel x um den Winkel m zu haben.

3) Mit einem Meßtisch. Z. B. den Winkel cab Fig. 109. Man zeichnet den Winkel, der abgesteckt werden soll, auf den Meßtisch, wie ∠ m; richtet alsdann durch Hülfe des Diopterlinials den einen Schenkel desselben in die gegebene Linie ab, legt dieses Linial auf den andern Schenkel, und richtet darnach den Gehülfen in h ein.

4) Mit Stäben, Z. B. den Winkel cab Fig. 110.

Man berechnet, zu dem gegebenen Winkel und einem angenommenen Schenkel, die Sehne also:

0,68 , die Sehne vom gegebenen Winkel 40°

30', der angenommene Schenkel

20,40', die Sehne de.

Dann misset man vom Scheitelpunkte aus, in der gegebenen Linie ab, von a nach d, 30 Fuß ab; ferner auf einer Leine von m bis n 30 Fuß und von n bis p die gefundene Sehne 20,4 Fuß. Hierauf läßt man den ersten Gehülfen die Leine in m, den zweiten in p anfassen, man selbst aber faßt sie in n an, der erste hält den Punkt m von der Leine in a, der zweite den Punkt p in d an; dann geht man mit dem Punkt n so weit seitwärts, bis beyde Theile der Leine gleich straff sind, so wird der Punkt e bestimmt, und ae nach Gefallen verlängert werden können.

5) Nach dem Augenmaße. Z. B. den Winkel cab Fig. 111. Man legt an die gegebene Linie ab einen Stab, wie an, und senkrecht an diesen den Stab am (weil man sich den rechten Winkel am besten imprimirt hat), dann theilt man diesen durch ap in zwey gleiche Theile, so kann man den Gehülfen hiernach in c, unter einem Winkel von 45° einrichten. Auf ähnliche Art verfährt man, wenn man einen Winkel von 30 oder 60 Graden haben will.

Eine Figur auf dem Felde zu traciren.

Z. B. in Fig. 112, wo ab = 10, bc = 15, ∠ n = 65° und dh ⧣ ab, gh ⧣ bc in einer Entfernung von 4, und die Lage der Linie ab und der Punkt b bestimmt sind.

Man steckt in b die Linie bc unter dem gegebenen Winkel ab, und wenn man die Lage derselben hat, so wird von

b nach a 10, und nach c 15 abgemessen, und in a so wie auch in c, ein Pfahl geschlagen, und diese Linien tracirt.

Nachher legt man den Maßstab senkrecht auf bc in c, und mißt von c nach g 4, und so auch bf, be, ad, und läßt in d, e, f, g Pfähle schlagen.

Endlich verlängert man die Linien de, gf, bis sie sich in h schneiden, und läßt dh, gh traciren.

Auf dem Felde eine Linie abzustecken, die in weiterer Entfernung mit einer andern parallel ist.

Z. B. in Fig. 13. durch den Punkt f die Linie cd ⌗ ab.

Man mißt in irgend einem Punkte der Linie ab wie hier in e, den Winkel m nach f zu, und steckt in f den Winkel n = m ab; so kann fg verlängert werden, und es wird cd ⌗ ab seyn.

Soll dieses nach dem Augenmaß geschehen, so geht man nach dem Punkt a, sieht, nach welchem Gegenstande auf dem Felde die Verlängerung ab hintrifft; geht dann in f, und richtet g aus f so ein, daß deren Verlängerung auf dieser Seite, ungefähr in solcher Entfernung wie f von ab ist, vor dem in a bemerkten Gegenstande vorbey geht. Hierbey ist aber zu bemerken, daß der entfernte Abstand unter einem kleinern Winkel ins Auge fällt, wodurch man verleitet werden kann, fd so abzustecken, daß sich ab, fd auf der Seite nach b und d zu, mehr entfernen.

§. 180.

Die Biegungen der krumlinigen Gränze eines Waldes, einer Wiese oder eines Flus-

ses u. s. w. zu messen und aufs Pappier zu zeichnen.

Z. B. in Fig. 112 die Gränze der Wiese.

Man mißt längs dieser Gränze eine gerade Linie und theilweise derselben (hier von 5 zu 5 Ruthen) senkrecht nach dem Abstande der Gränze.

Geschieht diese Vermessung mit dem Meßtisch, so wird auf solchen eine gerade Linie gezogen und die Theile der Linie und der gefundene Abstand der Gränze nach einem verjüngten Maßstabe aufgesetzt, also die Figur gleich auf dem Felde wärend dem Messen gezeichnet, wie cd.

Hat man aber keinen Meßtisch, so wird dieses auf dem Felde in ein Brouillon, wie ab, notirt und dann zu Hause nach dem verjüngten Maßstabe gezeichnet.

§. 181.

Die Fläche einer Wiese, eines Waldes u. s. w. zu messen.

Man umgeht solche, und steckt da, wo eine merkliche Biegung ist, eine Flagge ein (die Feldmesser bedienen sich statt der Flagge einer 6 Fuß langen Stange, und machen oberhalb derselben einen Strohwisch), nachher mißt man die Linien und die Winkel, unter welchen sie zusammenstoßen, wie auch den senkrechten Abstand dieser Linien nach der Gränze.

Geschieht diese Vermessung mit dem Meßtische, so wird während dem Messen die Gränze nach ihrem Abstande von den Meßlinien gleich eingezeichnet, und da sich die gemessenen Winkel auch zugleich auf dem Tische bilden, so erhält man hierdurch die Figur nach einem verjüngten Maßstabe.

Geschieht aber die Vermessung mit einem Astrolabium, so wird ein Brouillon, wie Fig. 115. während dem Messen angefertigt, in welchem alles deutlich und auf das genaueste notirt wird, und dann

1) Die Winkel der Figur nach §. 132. berechnet, um sich zu überzeugen, ob im Messen derselben Fehler entstanden sind.

Also:

360°	=	4 R
128	=	∠ A
232°	die eingehenden Winkel bey A.	
80	=	B
110	=	C
133	=	D
115	=	E
50	=	F.
720°	Summe der einliegenden Winkel	

und 180° = 2 R

4 die Anzahl Seiten weniger zwey

720° Summe der Winkel im Sechseck.

2) Trägt man das Vieleck nach einem verjüngten Maße auf, welches, wenn alles gehörig gemessen und genau aufgetragen wird, zusammen passen muß; im Fall es aber nicht zusammen paßt und Fehler im Messen sind, so giebt dieses Anlaß, die ganze Vermessung noch einmal zu wiederholen.

3) Wenn die Figur gehörig schließt, so trägt man an die Linien der Figur auch die krumlinige Gränze an, wie Fig. 116. Geschieht diese Vermessung mit einer Boussole, so wird, außer das Brouillon Fig. 115. noch

eins wie Fig. 117. angefertigt, in welchem nur das Maß der Linien und Winkel notirt wird, nemlich so: man mißt erst die Linie AB und dann bey B den Winkel den AB mit der Nordlinie hat, der hier links und 144° ist, dann BC und den Winkel bey C, der hier links und 44° ist, dann CD und den Winkel bey D, der hier rechts und 26° ist u. s. w.

Will man dieses Brouillon Fig. 118. auftragen, so zieht man erst eine Linie, z. B. hier CD, errichtet im Endpunkte C, die Nordlinie unter dem gemessenen Winkel, hier von 73°; setzt von E nach D das Maß der Linie, und zieht durch D die Nordlinie parallel mit der in C gezogenen; errichtet an dieser Nordlinie in D den gemessenen Winkel rechts, hier von 26°, setzt dann von D nach C das Maß dieser Linie u. s. w.; wie es die Figur zeigt. Endlich paßt man die Figur zusammen, so wird auch die krummlinige Gränze gezeichnet. Will man auch hier die Figurwinkel finden, so betrachte man, daß die Nordlinien parallel und durch die Figur Seiten geschnitten, und daß die Wechselwinkel einander gleich sind.

1) 180°	=	2 R	2) 180°	=	2 R
138	=	m	73	=	n
42	=	∠ s	107	=	t
73	=	∠ n gemessen	26	=	o gemessen
115	=	∠ FED	133°	=	∠ EDC

3) 180°	=	2 R	4) 180°	=	2 R
26	=	o	144	=	q gemessen
154			36		
44	=	P, gemessen	44	=	P
110	=	∠ DCB	80	=	∠ CBA

5) 180°	=	2 R	6) 180°	=	2 R
144	=	q	92	=	∠ r
36			88	=	∠ v
92	=	r, gemessen	138	=	∠m, gemes.
128	=	∠ BAF	50	=	∠ AFE

Und nun könnte man die Figur so auftragen, als wären die Winkel mit dem Astrolabium gemessen.

§. 182.

Den Flächeninhalt dieser Figur zu berechnen.

Man umzieht die Gränze Fig. 116. mit geraden Linien, so daß bey einer jeden so viel von der Figur außerhalb liegt, als man durch die gerade Linie von außen hereinwärts nimmt (die Feldmesser bedienen sich hierzu eines hörnernen Linials, das durchsichtig ist), theilt alsdann diese entstandene geradlinige Figur in Dreyecke, mißt die Grundlinien und Höhen derselben, und berechnet dann den Inhalt der Figur nach §. 132. also:

No. 1.	No. 2.
212, Grundlinie	212, Grundlinie
61, halbe Höhe	84, halbe Höhe
212	848
1272	1696
12932, Inhalt	17808, Inhalt

No. 3.	No. 4.
184, Grundlinie	261, Grundlinie
54, halbe Höhe	57, halbe Höhe
736	1827
920	1305
9936, Inhalt	14877, Inhalt

No. 5.

No. 5.	No. 6.
261, Grundlinie	259, Grundlinie
39, halbe Höhe	44, halbe Höhe
2349	1036
783	1036
10179, Inhalt	11396, Inhalt

No. 7.
288, Grundlinie
28, halbe Höhe

2304
576

8064, Inhalt

No.	1	=	12932
—	2	=	17808
—	3	=	9936
—	4	=	14877
—	5	=	10179
—	6	=	11396
—	7	=	8064

Inhalt des Vielecks. 85192

§. 183.

Diese Figur in zwey gleiche Theile zu theilen, und die Theilungslinie auf dem Felde zu markiren.

Dieses geschieht nach §. 132 also:

2 | 85192, Inhalt der Fläche
42596, Inhalt des einen Theils
12932 = △ No. 1.
29664
17098 = △ No. 2.
11856
9936 = △ No. 3.
1920 Rest
2
135 | 3840 | 28,4 - - -, Höhe des folgenden Dreyecks
270
1140
1080
60,0
540
60

Bestimmt man nun die Theilungslinie in der Figur, und verlängert solche, so daß sie bey g und h die Meß- linien durchschneidet; so kann man die Entfernung A g, hier 20, und D h, 100, nach dem verjüngten Maßstabe messen. Dann geht man aufs Feld, wo man beym Messen die Punkte, da Winkel genommen sind, wie A, B, C, D, E, F, mit nummerirten Phälen bezeichnet hat, läßt in A und F, wie auch in D und E, Flaggen aufstellen, mißt alsdann von D nach h die 100, und von A nach g die 20 ab; endlich richtet man die Punkte k, l, an der Gränze der Wiese, und auch nach Gefallen mehrere, wie m, in der Linie g h ein, oder läßt auch wohl diese ganze Theilungslinie k l traciren.

§. 184.

Größere Aufnahmen, z. B. die zu einem Dorfe gehörige ganze Feldmark, einer Forst, und dergleichen, anzufertigen.

Man durchgeht das ganze Stück mit einer geraden Linie (Hauptlinie), und läßt sich dieses nicht mit einer geraden Linie thun, so wählt man eine, die so wenig Winkel hat, als es nur angehen kann. In diese Haupt- linie werden von 50 zu 50, oder von 100 zu 100 Ruthen, nummerirte Pfähle eingeschlagen. Nachher theilt man diese Feldmark wieder in verschiedene Haupttheile ab: umgehet diese, und hängt die Figur derselben mit einer Linie an die Hauptlinie an, das heißt, man richtet sich beym Messen so ein, daß ein Theil der Hauptlinie eine Seite der Figur ist. Die Linien dieser Hauptabthei- lungen markirt man ebenfalls mit nummerirten Pfählen. Endlich durchgeht man diese verschiedenen Hauptab-

theilungen, nimmt die darin befindlichen kleinern Gegenstände auf, und schließt diese auch wieder an einen Theil der Linien der Hauptabtheilungen an, bis die ganze Gegend zusammenhängend mit allen Gegenständen vermessen ist.

Hauptsächlich sucht man die Figur mit so wenig Winkeln als möglich zu schließen, damit sie leichter nnd sicherer aufgetragen werden kann. Die beste Anweisung hierüber erhält man auf dem Felde, wo es besser gezeigt werden kann, als es durch die weitläuftigste Beschreibung möglich ist; will man indessen mehr darüber hören, als hier gesagt ist, so lese man Schirmers und Schlichtens Feldmeßkunst.

§. 185.

Oft finden sich Hindernisse, die verlangten Linien oder Winkel unmittelbar auf dem Felde zu messen; in diesem Falle geschieht es durch Hülfslinien (Dreiecke): einige der anwendbarsten will ich hier zeigen, z. B.

Die Linie cb Fig. 119. zu messen, ohne nach b kommen zu können.

1) Gehet man von c unter einem beliebigen Winkel m nach a; setzt in a eine Flagge, und verlängert ca bis e, so daß ca = ae; in e macht man den Winkel n = m und sucht den Punkt d, wo sich ba, eh verlängert schneiden; endlich mißt man ed, so ist ed = cb. Denn man betrachte △ A und △ B, in diesen ist

∠ m = n gemacht

∠ x = y, weil es Scheitelwinkel

ca = ae gemacht

△ A = △ B, weil zwey Winkel und eine Seite 2c.

cb = ed, in gleichen Dreyecken gleichen Wink. gegenüb.

2) Hat man nicht Raum von a bis e, so weit wie ac zu gehen, so mache man af = $\frac{1}{2}$ oder $\frac{1}{3}$ oder $\frac{1}{4}$ cb, und das Uebrige wie vorhin, so ist alsdann auch fg = $\frac{1}{2}$ oder $\frac{1}{3}$ oder $\frac{1}{4}$ cb, so wie man ac gemacht hatte.

Denn man betrachte △ A und △ afg, in diesen ist:
∠ m = ∠ q gemacht
∠ x = ∠ y, als Scheitelwinkel

△ A ∽ △ afg, weil 2 Winkel des einen ꝛc.
af : ac = fg : cb, weil es ähnlich liegende Seiten.

3) Hat man von a keinen Raum, weiter fort nach e zu zugehen, so verlängere man, wie in Fig. 120, bc nach g, und mache in g den ∠ n = m, suche dann den Punkt, wo sich ba, gh verlängert schneiden, und messe gd, gc, ca, so ist
(gd — ca) : ca = gc : cb.

Denn man betrachte das △ bgd, in diesem ist:
ca ‖ gd, weil ∠ m = n gemacht.
also gd : ca = gb : cb, weil ca ‖ gd
und (gd — ca) : ca = (gb — cb) : cb Diminuendo,
gb — cb = gc, n. d. Figur,

gd — ca : ca = gc : cb, d. Gleiche, gc, gesetzt.

4) Mißt man, wie in Fig. 121. eine Linie ca, und an derem Endpunkte die Winkel m und n. Wird dann die Figur nach dem verjüngten Maßstabe aufgetragen, so läßt sich nach diesem Maßstabe auch die Linie cb messen. Will man aber cb durch Rechnung finden, so geschieht es nach §. 159. also:

Es sey ca = 300, ∠ m = 98°, 15', ∠ n = 35° 30'

so ist 98° 15' = ∠ m
35 30 = ∠ n
133° 45'

2 R = 180
46° 15' = ∠ x

und Sin. $\angle x$: ca = Sin. $\angle n$: cb
46° 15' 300 35° 30'

2,47712, Logr. von 300
9,76395, Logr. Sin. von 35° 30'

12,24107
9,85875, Logr. Sin. von 46° 15'

2,38232, Logr. von 241,2 = bc.

Vergleicht man diese Auflösung durchs Berechnen, mit der nach dem verjüngten Maße zu zeichnen, so findet man, daß kleine Fehler, beym Auftragen der Winkeln, schon merkliche Fehler in der Länge der zu suchenden Linie verursachen, welches bey der Berechnung nicht statt findet; will man also eine Distance auf das genaueste bestimmen, so wird man lieber die Berechnung anwenden.

Ob gleich eben dieses statt findet, die Linie ca mag kurz oder lang genommen werden, so ist doch nöthig, die Lage und Länge derselben so zu wählen, daß kein Winkel des Dreyecks zu spitz (unter 10°) sey; denn bey einem zu spitzen Winkel, läßt sich der Scheitelpunkt nicht genau genug bestimmen, und selbst beym Berechnen giebt der kleinste Fehler im Messen, einen viel größern in der zu berechnenden Linie.

Um sich von der Genauigkeit des Messens mehr zu überzeugen, pflegt man, wie in Fig. 121., dieses auf der andern Seite noch durch ein zweytes Dreyeck zu wiederholen, Z. B., hier gehet man in der Verlängerung ac nach d zurück, mißt ad und den Winkel q.

Gesetzt es wäre cd = 212, $\angle q$ = 53° 20', so ist

98° 15' = $\angle m$
53° 20' = $\angle q$

44° 55' = $\angle y$

und Sin. ∠ y : dc = Sin. ∠ q : cb
44° 55′ 212 53° 20′

2,32633, Logr. von 212
9,90424, Logr. Sin. von 53° 20′
12,23057
9,84882, Logr. Sin. von 44° 55′
2,38175, Logr. von 240,9 = cb.

Der Unterschied ist hier 0, 3. Die Umstände würden es nun bestimmen, ob dieses als unbeträchtlich angenommen werden könnte, oder ob die Genauigkeit es erforderte, daß die Vermessung noch einmal wiederholt werden müßte, weil der Fehler in der Rechnung nicht so wohl als im Messen liegen kann.

§. 186.

Die Weite cb in Fig. 122. zu messen. Diese Weite ist von der Beschaffenheit, daß man nicht von c nach b sehen, oder in gerader Linie kommen kann; indessen aus einem seitwärts liegenden Punkte, wie a, kann man nach beyden sehen und in gerader Linie messen.

1) Messe man ac, ab, und verlängere solche rückwärts mit ihrer ganzen Länge, so daß ad = ab, ae = ac und messe de, so ist de = cb.

Denn man betrachte △ acb, und △ ade, in diesen ist:
∠ m = n, als Scheitelwinkel
ab = ad } gemacht
ac = ae }

△ acb = △ ade, weil 2 Seiten u. der eingeschl. Winkel 2c.
cb = de, in gleichen Dreyecken gleichen Winkeln 2c.

2) Hat man nicht Raum, von a bis d und e, so weit zurück zu gehen, so mache man af und ag, jede $\frac{1}{2}$, oder $\frac{1}{3}$, oder $\frac{1}{4}$ von ab und ac, und messe fg, so ist auch fg = $\frac{1}{2}$, oder $\frac{1}{3}$, oder $\frac{1}{4}$ cb, so wie man af und ag gemacht hatte.

Denn man betrachte △ acb und △ afg, in diesen ist:
∠ n = m, als Scheitelwinkel
af : ag = ab : ac, weil jede $\frac{1}{2}$ oder $\frac{1}{3}$ gemacht.

△ afg ∽ acb, zwey Seiten prop. u. ein Winkel gleich.
af : fg = ab : bc, als ähnlich liegende Seiten.

3) Messe man die Linien ab, ac und den eingeschlossenen Winkel m; zeichne dieses Dreyeck nach dem verjüngten Maße, und messe hiernach cb.

4) Will man cb durch Rechnung finden, so hat man im Dreyeck acb zwey Seiten und den eingeschlossenen Winkel, und nach §. 161 also zu verfahren:

Gesetzt es sey ab = 334, ac = 252, ∠ m = 45° 20′

so ist: $(ab+ac) : (ab-ac) = (\text{Tang.} \angle \frac{x+y}{2}) : \text{Tang.} \angle \frac{x-y}{2}$

334	334	180°
252	252	45° 20′
586	82	2 | 134° 40′ | 67° 20′, halbe Summe.

1,91381, Logr. von 82
10,37921, Logr. Tang. von 67° 20′
12,29302
2,76789, Logr. von 586
9,52513, Logr. Tang. von 18° 32′, halbe Differ.
67 20, halbe Sume
85° 52′ = ∠ x.

Und Sin. $\angle x$: ab = Sin. $\angle m$: cb.
85° 52′ 334 45° 20′

2,52374, Logr. von 334
9,85199, Logr. Sinus von 45° 20′
12,37573
9,99886, Logr. Sinus von 85° 52′
2,37687, Logr. von 238,2 = cb.

Wollte man sich überzeugen, ob dieses genau gemessen sey, so könnte man aus einem andern Punkte, z. B. wie a, aus h dieselbe Messung noch einmal wiederholen, und dann auch dieses berechnen.

§. 187.

Die Linie cb zu messen, die so ist, daß man nicht von einem seitwärts liegenden Punkte nach beyden Gegenständen zu gleich sehen und messen kann, wie in Fig. 123.

1) Nehme man in solchem Falle zwey Punkte, wie d und e an, messe die Linien cd, de, eb und die Winkel m, n, unter welchen diese Linien zusammenstoßen, zeichne dann diese Figur nach dem verjüngten Maßstabe, und messe nach solchem die Linie cb.

2) Will man cb berechnen, so betrachte man erst das Dreyeck A, worinn zwey Seiten cd, de, und der eingeschlossene Winkel m bekannt, mithin $\angle x$ und die dritte Seite ce nach §. 161 zu finden sind. Dann betrachte man das Dreyeck B, worin ce, eb und der eingeschlossene $\angle q = n - x$, bekannt, mithin $\angle v$ und die Seite cb zu finden.

Gesetzt es sey cd = 320, de = 274, eb = 235, ∠ m = 100° 30′ ∠ n = 137° 20′, so ist:

$(cd + de) : (cd - de) = \left(\text{Tang.} \angle \frac{x + y}{2}\right) : \text{Tang.} \angle \frac{x - y}{2}$

320   320   180°
274   274   100° 30′ = ∠ m
594   46   2| 79° 30′ | 39° 45′, h. S.

1,66275, Logr. von 46
9,90449, Logr. Tang. von 39° 45′
11,56724
2,77378, Logr. von 594
8,79346, Logr. Tang. von 3° 33′, halbe Diffr.
38 45, halbe Summe
42° 18′ = ∠ x.

Und Sin. ∠ x : cd = Sin. ∠ m : ce
42° 18   320   100° 30′
2,50515, Logr. von 320
9,99266, Logr. Sin. von 100° 30′
12,49781
9,82802, Logr. Sin. von 42° 18′
2,66979, Logr. von 467,5 = ce.

137° 20′ = ∠ n
42 18 = ∠ x
95° 2′ = ∠ q

$(ce + eb) : (ce - eb) = \left(\text{Tang.} \angle \frac{v + u}{2}\right) : \left(\text{Tang.} \angle \frac{v - u}{2}\right)$

467,5   467,5   180°
235   235   95° 2′ = ∠ q
702,5   232,5   2| 84° 58′ | 42° 29′, h. S.

2,36642, Logr. von 232,5
9,96179, Logr. Tang. von 42° 29'

12,32821
2,84664, Logr. von 702,5

9,48157, Logr. Tang. von 16° 52' halbe Diffr.
42 29, hal. Summe

59° 21' = ∠ v.

Und Sin. ∠ v : ce = Sin. ∠ q : cb
59° 21' 467,5 95° 2'
2,66979, Logr. von 467,5
9,99832, Logr. Sin. von 95° 2'

12,66811
9,93464, Logr. Sin. von 59° 21'

2,73347, Logr. von 541,3 = cb.

§. 188.

Durch ein undurchsichtiges Gebüsch eine gerade Linie abzustecken, wie in Fig. 123. von c bis b, um nach dieser eine Allee oder Durchsicht auszuhauen.

1) Man messe alles wie vorhin, zeichne es nach einem verjüngten Maße, und messe die Winkel bcd und v mit dem Transporteur. Nachher stecke man auf dem Felde in b, den ∠ v = 59° 21', und in c, den ∠ dcf = 62° 49' ab; verlängere cf und bg, bis solche in h zusammen treffen, wobey man fürs erste nur das Gebüsch aushauet, was deren Verlängerung hindert, und wenn dann diese Verlängerungen gut zusammentreffen, so wird es nach der verlangten Breite ausgehauen.

2) Wenn man die Figur wie vorhin berechnet hat, so kann man den Winkel bcd auch durch Rechnung bestimmen, ihn also genauer haben, als wenn er mit dem Transporteur gemessen wird.

So ist hier $\angle$ m $=$ 100° 30′
$\angle$ n $=$ 137 20
$\angle$ v $=$ 59 21

297° 11′
360° $=$ 2.180°, die Winkel im Viereck

62° 49′ $= \angle$ dcb, der 4te Winkel.

3) Sind die Winkel dieser Figur mit der Boussole gemessen, so kann man, wie §. 181, die Figurwinkel berechnen; auch die Nordwinkel der Linie cb, und alsdann während dem Verlängern öfter nachsehen, ob die Verlängerung noch unter diesem Winkel von Norden ist, damit, wenn man mit einem Fehler, z. B. wie fk, verlängert hätte, man diesen Fehler bemerke und ihn verbessere.

§. 189.

Die Weite ab zu messen, die, wie Fig. 124. so beschaffen ist, daß man weder nach a noch nach b kommen kann.

1) Man messe eine willkührliche Linie, hier cd, und die Winkel m, o, n, p, die sich an ihren Endpunkten befinden; zeichne diese Figur nach dem verjüngten Maßstabe, und messe nach demselben ab.

2) Will man ab durch Rechnung finden, so betrachte man $\triangle$ acd, wo eine Seite cd und zwey Winkel m, n gemessen, also auch $\angle$ y und ac zu finden. Dann betrachte man $\triangle$ cdb, wo die Linie cd, der $\angle$ o und $\angle$ p gemessen sind,

also auch $\angle x$ und die Linie cb zu finden; und endlich sehe man auf $\triangle$ acb, wo nach voriger Rechnung ac, cb, und der eingeschlossene $\angle q$ bekannt, also $\angle u$ und ab zu finden.

Gesetzt, es sey cd $=$ 300, $\angle m$ $66^{\circ}\,15'$ $\angle o = 41^{\circ}\,45'$, $\angle p = 120^{\circ}\,40'$, $\angle n = 77^{\circ}\,35'$ so ist:

$\angle m = 66^{\circ}\,15'$, $\angle p = 120^{\circ}\,40'$, $\angle m = 66^{\circ}\,15'$
$\angle n = 7\ 35$ $\quad$ $\angle o = 41\ 45$ $\quad$ $\angle o = 41\ 45$
$143^{\circ}\,50'$ $\quad$ $162^{\circ}\,25'$ $\quad$ $\angle q = 24^{\circ}\,30'$
$2R = 180^{\circ}$ $\quad$ $2R = 180^{\circ}$
$\angle y = 36^{\circ}\,10'$ $\quad$ $\angle x = 17^{\circ}\,35'$

Sin. $\angle y$: cd $=$ Sin. $\angle n$: ac
$36^{\circ}\,10'$ $\quad$ 300 $\quad$ $77^{\circ}\,35'$

2,47712, Logr. von 300
9,98972, Logr. Sin. von $77^{\circ}\,35'$
12,46684
9,77095, Logr. Sin. von $36^{\circ}\,10'$
2,69589, Logr. von 496,5 $=$ ac

Sin. $\angle x$: cd $=$ Sin. $\angle p$: cb
$17^{\circ}\,35'$ $\quad$ 300 $\quad$ $120^{\circ}\,40'$

2,47712, Logr. von 300
9,93457, Logr. Sin. von $120^{\circ}\,40'$
12,41169
9,48014, Logr. Sin. von $17^{\circ}\,35'$
2,93155, Logr. von 854,2 $=$ cb.

$(cb+ac) : (cb-ac) = (\text{Tang}\ \angle \frac{u+v}{2}) : (\text{Tang.}\ \angle \frac{u-v}{2})$

854,2 $\quad$ 854,2 $\quad$ 180°
496,5 $\quad$ 496,5 $\quad$ $24^{\circ}\,30' = \angle q$
1350,7 $\quad$ 357,7 $\quad$ 2| $155^{\circ}\,30'$ | $77^{\circ}\,45'$, h. Summe

2,55351, Logr. von 357,7
10,66329, Logr. Tang. von 77° 45ᴵ

13,21680
3,13054, Logr. von 1350,7

10,08626, Logr. Tang. v. 50° 39ᴵ halbe Diffr.
77 45, halbe Sum̃

128° 24ᴵ = ∠ u.

Sin. ∠ u : cb = Sin. ∠ q : ab
128° 24ᴵ   854,2   24° 30ᴵ
2,93155, Logr. von 854,2
9,61772, Log. Sin. von 24° 30ᴵ

12,54927
9,89414, Logr. Sin. von 128° 24ᴵ

2,65513, Logr. von 452 = ab.

§. 190.

Wenn man nicht, wie vorhin, von c und d nach a und b zugleich sehen kann, sondern daß sich, wie in Fig. 125, ein Punkt innerhalb als e befindet, von dem man nach a und b sehen kann.

1) Messe man ce und ed, wie auch die Winkel m,n,o,p, zeichne dieses nach dem verjüngten Maßstabe, und messe nach solchem ab.

2) Will man dieses berechnen, so suche man im △ ace den ∠ y und die Seite ae, nach dem △ bde suche man den ∠ x und die Seite be, endlich nach dem △ aeb, wo ae, be nach voriger Rechnung bekannt, und auch der eingeschlossene ∠ q = 2R — (n + o) ist, den ∠ u und die Seite ab.

Gesetzt, es sey ce = 150, ed = 150, ∠ m = 66° 15′, ∠ n = 96° 20′, ∠ o = 49° 30′, ∠ p = 120° 40′, so würde ab = 455 durch Rechnung gefunden werden.

§. 191.

Kann man wie in Fig. 126. nicht von einem Punkte der Linie cd nach a und b zugleich sehen, so muß man zwey Punkte wie e und f annehmen.

1) Man messe ce, ef, fd, und ∠ m, n, o, p; zeichne dieses nach dem verjüngten Maßstabe, und messe hiernach ae.

2) Will man aber dieses Berechnen, so suche man, wie vorhin im △ A, den ∠ y und die Seite ae; im △ B, suche man den ∠ x und die Seite bf; dann denke man sich das Dreyeck efg, in welchem ∠ s = n, ∠ t = o und die Seite ef bekannt, also ∠ q und die Seiten eg, fg zu finden ist. Endlich sehe man auf das △ agb, in welchem ag = ae + eg, bg = bf + fg, und der eingeschlossene Winkel q bekannt, mithin der ∠ u und die Seite ab zu finden sind.

Gesetzt, es sey ce = 150, ef = 100, fd = 150, ∠ m = 66° 15′, ∠ n = 96° 20′, ∠ o = 49° 30′ ∠ p = 120° 40′; so wird nach der Rechnung gefunden, daß

∠ y = 17° 25′, ∠ x = 9° 50′, ∠ q = 34° 10′
ae = 458,7, bf = 755,5
eg = 135,4, fg = 177
∠ u = 108° 43′, und ab = 552,9 ist.

§. 192.

Man soll mit einer Linie, zu der man nicht kommen kann, eine Parallele abstecken.

Z. B. in Fig. 124. durch d, die Linie hk ⧺ ab. Man messe eine Linie cd, und alles Uebrige, wie §. 189. Zeichne oder berechne diese; wenn man den Winkel v und x, also ∠ abd gefunden hat, stecke man in d, an der Linie db, den ∠ w = ∠ abd ab, so kann hk nach Gefallen verlängert werden.

§. 193.

Für diese Art Aufgaben giebt es mehrere Auflösungen, die aber oft, ihrer Weitläuftigkeit wegen, nicht anwendbar sind; eine derselben sey hier durch Fig. 127 vorgestellt, in welcher die Linie ie ⧺ lf abgesteckt, und die Weite lf gefunden werden soll, ohne nach der lf kommen zu können.

1) Lasse man in den Standpunkt a, eine Flagge setzen, und bey dieser einen Gehülfen stehen.

2) Schreite man weiter vorwärts in b, setze daselbst auch eine Flagge auf, und schreite weiter nach c, so daß bc = ab, oder bc = $\frac{1}{2}$, oder $\frac{1}{3}$ ab ist, und lasse in c den zweyten Gehülfen stehen.

3) Schreite man von c unter einem beliebigen Winkel nach g, wo man von dem Gehülfen aus a, in der Linie af eingerichtet wird, und mache dann cd = $\frac{1}{2}$ cg, wenn bc = ab; oder cd = $\frac{1}{3}$ cg, wenn bc = $\frac{1}{2}$ ab, und überhaupt so, daß cd : cg = cb : ca ist; und eben so schreite man auch von c nach k, und mache eh so, daß ch : ck = cb : ca sey.

4) Verlängere man bd so weit, bis man in e in der Linie cf ist, wobey man von dem Gehülfen aus c eingerichtet wird, und lasse in e eine Flagge setzen; eben so geschieht es auch mit bh in i, es ist alsdann ie $\parallel$ lf und cb : ca = ie : lf. Denn es ist

1) cb : ca = cd : cg gemacht
bd $\parallel$ ag, weil $\angle$ acg gemein und 2 Seiten prop.
be $\parallel$ af, als Verlängerungen von bd, ag.
und cb : ca = ce : cf, weil bc $\parallel$ af im $\triangle$ caf.

2) cb : ca = ch : ck gemacht.
bh $\parallel$ ak, weil $\angle$ ack gemein und 2 Seiten prop.
bi $\parallel$ al, als Verlängerungen von bh, ak.
cb : ca = ci : cb, weil bi $\parallel$ al im $\triangle$ acl
cb : ca = ce : cf, wie No. 1. bewiesen.

---

ci : cl = ce : cf, zwey Verh. dem dritten gl.
ie $\parallel$ lf, weil $\angle$ lcf gemein und 2 Seiten prop.

3) ie : lf = ci : cl, im $\triangle$ clf ist ie $\parallel$ lf.
cb : ca = ci : cl, wie No. 2. bewiesen

---

cb : ca = ie : lf, zwey Verh. dem dritten gleich.

§. 194.

Man soll 3 oder 4, oder mehrere Gegenstände auf dem Felde (als veste Punkte zum Aufnehmen) auf dem Pappiere in ähnliche Lage bestimmen.

Z. B. in Fig. 128, die Punkte A, B, C, D, E.

1) Man messe eine Linie, hier fg = 150, und an dem Endpunkte derselben die Winkel m = 1[illegible]6°, n = 70°, o = 26° 30', p = 135°, q = 63°, $\angle$ t = 143° 30', $\angle$ s = 66° 30', $\angle$ r = 35°, $\angle$ u = 73°

$= 73° 30'$, $\angle v = 28°$, zeichne dieses nach dem verjüngten Maßstabe aufs Pappier, so bestimmen die Durchschnittspunkte diese Gegenstände in ähnliche Lage.

Ist aber die Messung mit dem Meßtische geschehn, so ist auch wärend dem Messen diese Figur aufs Pappier gezeichnet. Oder hat man die Winkel mit der Boussole gemessen, so wird man beym Zeichnen auch diese von den durch f und g parallel gezogenen Nordlinien absetzen können, oder auch die Größe der Figurwinkel berechnen nach §. 181, um nachher die Linien fA, AB u. s. w. trigonometrisch zu berechnen.

2) Will man dieses genau und richtig bestimmen, so verlängere man fg nach h, und messe daselbst die Winkel $y = 126° 30'$, $x = 39° 30'$, $w = 25°$, $z = 42° 30'$, $k = 20°$, und die Linie $gh = 150$. So müssen, wenn dieses nach einem verjüngten Maßstabe aufgetragen wird, sich drey Linien in einem Punkte schneiden, und wenn dieses bey einem oder dem andern Gegenstande nicht geschieht, und man auch bey der Berechnung findet, das der Fehler im Aufnehmen der Winkel liegt und zu beträchtlich ist, so wird dieser Gegenstand als nicht aufgenommen betrachtet, und ausgelassen, oder wenn derselbe nothwendig ist, so wird die Messung noch einmal wiederholt.

§. 195.

Wenn man mehrere veste Punkte der Gegend bestimmt hat, den Standpunkt, in welchem man auf dem Felde steht, auf dem Pappiere zu bestimmen.

1) Mit einer Boussole, wenn man zwey Gegenstände siehet, z. B. in Fig. 129, den Standpunkt c.

Man giebt, vermittelst der Boussole, dem Meßtische die richtige Lage, so ist $ab \# AB$; viesirt über die Punkte Bb rückwärts, so ist $\angle ABc = abc$, und eben so auch über Aa; dann ist der Punkt c, wo sich beyde Linien schneiden, der Standpunkt, denn $\triangle ABc \backsim \triangle abc$, weil $ab \# AB$ ist.

Hat man nur eine Diopterboussole, so mißt man die Winkel, die AC und Bc mit der Nordlinie in c machen; trägt dann diese aufs Pappier so auf, als hätte man sie in A und B gemessen; hierbey muß man aber auch den Winkel wissen, den AB mit der Nordlinie hat.

2) Ohne Boussole, wenn man drey Gegenstände siehet, und in der verlängerten Linie von zweyen ist; z. B. in Fig. 130. den Standpunkt c zu bestimmen.

Man giebt dem Meßtische die richtige Lage, indem man über die beyden Punkte ab nach den Gegenständen AB siehet, so ist $db \# DB$, viesirt über Dd rückwärts, so ist der Punkt c, wo solche die verlängerte ab schneidet, der Standpunkt, denn es ist $\triangle dbc \backsim DBc$, weil $db \# DB$.

Hat man nur das Astrolabium, so wird der Winkel m gemessen; wird nun $\angle m$ von n, der aus vorhergehender Messung bekannt ist, subtrahirt, so ergiebt sich der $\angle x$, den man an der Linie db aufträgt, nnd ab verlängert, bis solche den Schenkel dc schneidet.

Will man bc berechnen, so geschieht es nach §. 159 also: Gesetzt, es sey $db = 239{,}2$, $\angle n = 59°$ aus einer vorhergehenden Messung bekannt, und

$\angle m = 42°$, im Standpunkt gemessen, so ist
$\angle n = 59°$
$\angle m = 42°$
$\angle x = 17°$, weil $\angle n$ der äußere im $\triangle$ dbc.

Sin. $\angle m$: db = Sin. $\angle x$: bc
42° 239,2 17°
2,37879, Logr. von 239,2
9,46593, Logr. Sin. von 17°
11,84472
9,82551, Logr. Sin. von 42°
2,01921, Logr. von 104,5 = bc.

3) Ohne Boussole, wenn man drey Gegenstände sieht, und in der Linie zwischen zweyen derselben ist, z. B. den Standpunkt c in Fig. 131. zu finden.

Man giebt dem Meßtische die richtige Lage, indem man über die beyden Punkte ab nach B viesirt, welches denn auch über ba nach A treffen muß, weil man in der Linie AB auf dem Felde steht. Viesirt man dann über Dd rückwärts, so ist der Punkt c, in welchem diese Linie ab schneidet, der Standpunkt. Denn es ist $\triangle$ dcb $\backsim$ DcB, weil db # DB.

Hat man bloß das Astrolabium, so wird der Winkel m gemessen, $\angle n$ von m subtrahirt, so erhält man den Winkel x, welcher an db aufs Pappier aufgetragen wird.

Will man cb berechnen, so geschieht solches nach §. 159. also:

Gesetzt, es sey db = 239,2 $\angle n = 59°$, aus dem Bestimmen der vesten Punkte bekannt, und $\angle m = 87° 30'$ gemessen, so ist:

180° = 2 R	und 87° 30 = ∠ m
87° 30ʹ = ∠ m	59 = ∠ n
92° 30 = ∠ y	28° 30 = ∠ x

und Sin. ∠ y : db = Sin. ∠ x : cb.
92° 30 239,2 28° 30
2,37879, Logr. von 239,2
9,67866, Logr. Sin. von 28° 30
12,05745
9,99958, Logr. Sin. von 92° 30ʹ
2,05 87, Logr. von 114,2 = cb.

4) Ohne Boussole, wenn man drey Gegenstände siehet, und in keiner dieser Linien, auch in keiner Verlängerung derselben ist. Z. B. den Standpunkt c Fig. 132.

Man setze den Meßtisch im Standpunkte auf, und viesire über aA, bB, Dd rückwärts. Durchschneiden sich diese drey Linien in einem Punkte, wie hier in c, so ist dieses der Standpunkt; geschiehet dieses aber nicht in einem Punkte, so muß man das Instrument etwas drehen, und das rückwärts Viesiren so oft wiederholen, bis man es trifft, daß das Instrument die Lage hat, und die drey Linien sich in einem Punkte schneiden.

Hat man ein Astrolabium, so werden im Standpunkte c, die Winkel m und n gemessen; dann wird nach §. 142. über ab ein Bogen beschrieben, der den gegebenen Winkel m faßt, und eben so über bd ein Bogen, der den gegebenen Winkel n faßt; so ist der Punkt c, wo sich beyde Bogen schneiden, der Standpunkt.

Gesetzt, es sey ∠ m = 24° 30ʹ, ∠ n = 38°, so wird der Standpunkt c bestimmt seyn.

Es muß hierbey nicht vorkommen, daß ∠ w + m + n = 2 R sind, denn in diesem Falle entsteht nach §. 144 nur ein Zirkel um alle vier Punkte abdc, wo dann der Standpunkt c zwar in dem Bogen acd liegt, aber nicht bestimmt ist, in welchem Punkte.

Will man die Linien ac, bc, dc berechnen, so zeigt sich die Verfahrungsart, wenn man wie in Fig. 34 um die drey Punkte acd einen Zirkel beschreibt, und dann von dem Punkte e, wo cb den Bogen schneidet, die Linien ea, ed zieht und betrachtet:

Erstens. Das Viereck aedc, so ist:

180° = ∠ z + m + n = 2 R, nach §. 144.
62° 30′ = ∠ m + n, wie sie gemessen.

117° 30′ = ∠ z

Zweytens. Das Dreyeck aed. In diesem ist ad = 320, aus dem Bestimmen der vesten Punkte bekannt, ∠ y = m = 24° 30′, weil beyde auf gleichen Bogen ae, also:

Sin. ∠ z : ad = Sin. ∠ y : ae
117° 30′ 320 240° 30′

2,50515, Logr. von 320
9,61772, Logr. Sin. von 24° 30′

12,12287
9,94792, Logr. Sin. von 117° 30′

2,17495, Logr. von 149,6 = ae.

Drittens. Das Dreyeck abc, in diesem ist ab = 170, ∠ p = 54° 11′, aus dem Bestimmen der vesten Punkte bekannt, ∠ x = n = 38° gemessen, und ae = 149,6, nach No. 2., bekannt, also den ∠ y und ∠ u zu finden.

$$\begin{array}{l} 54^\circ\ 11' = \angle p \\ 38^\circ\ \ \ \ \ \ = \angle x \\ \hline 16^\circ\ 11' = \angle y \end{array}$$

und $(ab + ae) : (ab - ae) = (\text{Tang.} \angle \frac{t+u}{2}) : \text{Tang.} \angle \frac{t-u}{2}$

$$\begin{array}{lll} 170 & 170 & 180^\circ \\ \underline{149,6} & \underline{149,6} & \underline{16^\circ\ 11'} \\ 319,6 & 20,4 & 2|163^\circ\ 49'|81^\circ\ 54', \end{array}$$

halbe Summe.

1,30963, Logr. von 20,4
10,84673, Logr. Tang. von 81° 54'
12,15636
2,50460, Logr. von 319,6
9,65176, Logr. Tang. von 24° 9', halbe Diffr.
81 54, halbe Sum̃e
57° 45' = ∠ u.

Viertens. Das Dreyeck abc, so ist: ab = 170, als veste Punkte; ∠ m = 24° 30' gemessen, ∠ u = 57° 45' berechnet, bekannt, mithin ∠ v und die Seiten ac, bc also zu finden.

$$\begin{array}{l} 57^\circ\ 45' = \angle u \\ 24\ \ 30 = \angle m \\ \hline 82^\circ\ 15' \\ 180 \\ \hline 97^\circ\ 45' = \angle v. \end{array}$$

und Sin. ∠ m : ab = Sin. ∠ u : ac
24° 30' 170 57° 45'

2,23044, Logr. von 170
9,92731, Logr. Sin. von 57° 45'
12,15775
9,61772, Logr. Sin. von 44° 55'
2,54003, Logr. von 346,8 = ac.

Und Sin. ∠m : ab = Sin. ∠v : bc
24° 30′ 170 97° 45′

2,23044, Logr. von 170
9,99601, Logr. Sin. von 97° 45′
12,22645
9,61772, Logr. Sin. von 24° 30′
2,60873, Logr. von 406,2 = bc.

Fünftens. Das Dreyeck cbd, in diesem ist bd = 260, ∠r = 93° 48′ als veste Punkte, ∠u = 57° 45′, durch Rechnung, ∠n = 38° durch Messen bekannt, also ∠s und die Seite cd zu finden.

93° 48′ = ∠r
57 45 = ∠u
36° 3′ = ∠s

Und Sin. ∠n : bd = Sin. ∠s : dc.
38° 260 36° 3′

2,41497, Logr. von 260
9,76973, Logr. Sinus von 36° 3′
12,18470
9,78934, Logr. Sinus von 38°
2,39536, Logr. von 248,5 = dc.

§. 195.

Vom Nivelliren.

Zwey Punkte sind Wagerecht, wenn beyde gleich weit vom Mittelpunkte der Erde entfernt sind: Eine Linie ist Wagerecht (horizontal) wenn alle Punkte in derselben gleich weit vom Mittelpunkte der Erde entfernt sind. Die würkliche horizontale ist also ein Zirkelbogen, dessen Halbmesser dem Halbmesser der Erde gleich ist. Nimmt man 1 Grad zu 15 geographischen Mei-

len an, so ist der Umfang der Erde 360. 15 = 5400 Meilen, und der Halbmesser nach §. 162.

(6,28) 5400,00 (859,872 - - - Meilen.

Oder wenn nach §. 38. diese geographische Meilen in kleine deutsche Meilen, und diese wiederum mit 2000 in rheinländische Ruthen bestimmt werden, so ist der Halbmesser der Erde

$$\frac{5400 \,.\, 22842 \,.\, 2000}{6{,}28 \,.\, 19324} = 2032836 \text{ rheinl. Ruthen.}$$

Als scheinbare Horizontale betrachtet man eine gerade Linie, wie in Fig. 136. die Linie bd. Diese ist also eine Tangente der würklichen Horizontale, und weicht von selbiger ab; indessen bey kleinen Distancen so wenig, daß solches nicht in Betracht gezogen wird.

Wenn die Länge der scheinbaren Horizontale gegeben ist, die Abweichung derselben von der würklichen zu finden.

Z. B. in Fig. 135, sey bd = 100 rheinl. Ruthen, de zu finden, so ist:

```
 2 0 3 2 8 3 6° = ab, der Halbmesser der Erde, u.
 4 1 3 2 4 2 2 2 0 2 8 9 6 = ab²
                 1 0 0 0 0 = bd²
--------------------------------------
 4|1 3|2 4|2 2|2 1|2 8|9 6 = ad²
 4|1 3|2 4|2 2|2 0|2 8|9 6|2032836,0024 = ad
                 1|0 0|0 0|0 0|0 0|0 0|
                  |4 0|6 5|6 7|2 0|0 2|
                  |8 1|3 1|3 4|4 0|0 4|
                  |1 8|6 8|6 5|5 9|9 6|0 0|
                  |  4|0 6|5 6|7 2|0 0|4  |
```

Nimmt man nun von ad den Halbmesser der Erde ae ab, so bleibt ed = 0,0024 rheinl. Ruthen, das sind 24 Decimalscrupel, für die Abweichung auf 100°.

§. 197.

Man sagt, ein Objekt ist höher, wenn solches weiter vom Mittelpunkte der Erde entfernt ist. Es wird daher die horizontale durch das höhere Objekt, ein Kreis seyn, der über die horizontale eines niedern geht. Die Entfernung dieser Kreise von einander zu finden, geschieht durch das Nivelliren, wozu man sich verschiedener Instrumente bedient.

1) Die Grundwage Fig. 136. besteht aus dem Richtscheid ab; dieses ist ungefähr ein 12 Fuß langes, $1\frac{1}{2}$ Zoll starkes, 5 Zoll breites, glattes und sehr gerade gehobeltes Brett. Die Wage, ein hölzernes gleichseitiges Dreyeck, ungefähr jede Seite 1 Fuß groß, wie ced, an der Spitze e ist der Faden eines Bleylothes befestigt, und in der Mitte der Grundlinie eine Marke f, wo das Bleyloth hinzeigen muß, wenn die Wage so gehalten wird, daß cd horizontal ist, weil die Schwere des Bleyloths, die gerade Linie nach dem Mittelpunkte der Erde zeigt, und ef von der Spitze des gleichschenkligen Dreyecks, senkrecht auf die Mitte der Grundlinie cd fällt, nach §. 103.

Der Handwerker, als: Maurer, Steinsetzer u. s. w., der nur kurze Linien horizontal einrichtet, bedient sich der Grundwage.

2) Die Wasserwage Fig. 137. besteht aus einer 3 bis 4 Fuß langen, 1 bis $1\frac{1}{2}$ Zoll starken blechernen Röhre wie ab; an jedem Ende derselben ist ein Glas, wie

c und d, das unten eine Oeffnung hat und in die Röhre eingeschroben wird. Füllt man nun diese Wage mit gefärbtem Wasser an, so daß die Röhre ganz und die Gläser halb voll von dem Wasser sind, und befestigt die Mitte dieser Röhre auf die Nuß eines Statifs, so hat man allezeit, weil das Wasser in den Gläsern gemeinschaft durch die Röhre hat, über mn eine Horizontale, und kann einen dritten Punkt darnach einrichten.

Dieser Wasserwage bedient sich der Baucondukteur, der wegen dem Wasserbau und wegen mehreren Ursachen, schon größere Linien horizontal einrichten muß. Auch fertigt der Mechanicus noch verschiedene Nivellirinstrumente dazu an, deren Beschreibung hier zu weitläuftig seyn würde

§. 198.

Eine kurze Linie zu nivelliren, und das Profil (die Durchschnittsfläche) zu zeichnen.

Z. B. in Fig. 138 die Linie ae.

1) Mit der Grundwage. Man läßt von 12 zu 12 Fuß in dieser Linie Pfähle in die Erde einschlagen, deren jeder einen oder auch einige Fuß hoch über die Erde hervorragt; nimmt dann zwey Gehülfen bey dem Richtscheid (an jedes Ende desselben einen) der erste hält das Richtscheid an den Pfahl in a, der zweite in b an; man selbst aber nimmt die Grundwage, hält sie auf die Mitte des Richtscheids, ruft dem in a zu, sein Richtscheid höher zu heben, bis er es in o so hält, daß wenn die Grundwage aufgesetzt wird, das Bleyloth richtig zeige, also die Grundlinie der Wage, mithin auch das Richtscheid, horizontal ist; ist dieses, so ruft man: gut! und jeder Gehülfe setzt ein

Messer nahe unter das Richtscheid an den Pfahl, legt das Richtscheid seitwärts, und schneidet, wo sein Messer ist, eine Marke in den Pfahl ein. Nachher schwenkt sich das Richtscheid, das heißt, der aus a geht nach c, und der aus b bleibt bey seinem Pfahle, man selbst aber dreht sich herum, und richtet das Richtscheid wieder zwischen b und c horizontal, wie vorher zwischen a und b, und jeder schneidet auch eben so wieder die Marke in seinen Pfahl ein, u. s. w.; bis man die Linie zu Ende ist, dann geht man zurück, macht ein Brouillon, mißt den Abstand ao, bp, cq, rd, se an den Pfählen, und schreibt solches dabey.

Will man dieses Zeichnen, so zieht man eine gerade Linie af, setzt nach dem verjüngten Maßstabe die Weite von 12 zu 12 Fuß ab, und zieht die Senkrechten Linien ao, bp rc. Auf die erste Linie setzt man von a nach o, die im Brouillon notirte Weite, und zieht ob ⌗ af; von b setzt man wieder die Weite bp darauf, und zieht pc ⌗ af rc., so wird man, wenn die Zeichnung fertig ist, ef nach dem verjüngten Maßstabe messen können, und so finden, um wie viel e höher als a liegt.

Will man dieses berechnen, so addirt man das Steigen und eben so auch das Fallen, und zieht das eine von dem andern ab. Z. B., es sey:

das Steigen		das Fallen	
ao	= 3,2	rd	= 0,8
bp	= 2,5	se	= 2,4
cq	= 1,7	Summa	3,2
Summa	7,4 Steigen		
	3,2 Fallen		
	4,2 Fuß, ist e höher wie a.		

2) Mit der Wasserwage, wie Fig. 139. die Linie ae. Man hat hierzu zwey Gehülfen, jeden mit einem Ta-

blau (ein 12 bis 16 Fuß langer Maßstab), auf welchem durchgängig die Fuße, Zolle, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$ oder auch wohl $\frac{1}{10}$ Zolle marquirt sind, an diesem Maßstabe ist ein weißes Brettgen, 8 Zoll lang, 4 Zoll breit, und in der Mitte mit einem schwarzen Striche, so befestigt, daß es durch das Ziehen einer Schnur höher und tiefer geschoben werden kann). Einer dieser Gehülfen stellt sich in a, setzt das Tablau an die Erde, und hält es senkrecht in die Höhe, der andre in e macht dasselbe, man selbst aber stellt sich mit der Wage an irgend einen Ort, so daß man beyde Tablaux sehen kann, (eigentlich von a und e gleich weit entfernt; indessen aber, weil die Abweichung der scheinbaren und würklichen Horizontale, nach §. 196, bey kleinen Distancen nicht ängstlich in Betracht gezogen zu werden, verdienet, so sage ich gleich viel, in oder außerhalb der zu nivelirenden Linie) hier in b, sieht über das Wasser in den Gläsern über mn nach o, und winkt dem Gehülfen zu, sein Brettgen höher in die Horizontale mn zu schieben; ist dieses, so tritt man herum, sieht über mn nach s, und richtet dem zweyten Gehülfen sein Brettgen ein; endlich ruft man jedem zu, daß er sagen solle, wie hoch sein Brettgen über den Punkten a und e ist, und notirt solches. Gesetzt, es wäre das Rücktablau ao = 10,5, das Vortablau es = 6,3 hoch gewesen, so ist

10^1	5^2	Rücktablau
6	3	Vortablau
4^1	2^2,	der Punkt e höher wie a.

§. 190.

Eine lange Linie zu nivelliren und das Profil zu zeichnen.

Z. B. in Fig. 140. die Linie ab.

Man nimmt nach der Länge der Linie verschiedene Stationen an, hier 5 Stationen, (eigentlich in gerader Linie, und das Instrument mitten zwischen denen Tablaux, um den Unterschied der würklichen und scheinbaren Horizontale willen) indessen hier, so wie es das Feld verstattet, um vom Instrumente nach beyden Tablaux zu sehen, und verfährt bey jeder Station, wie es im vorigen §. gesagt ist, schreibt die Maße der Rücktablaux in eine, und die der Vortablaux in eine andre Colonne, addirt jede, und zieht eine von der andern ab.

Gesetzt, es wäre

Rücktablau.	Vortablau.
10,2	4,3
7,5	1,2
8,3	4
9,7	6,2
1,5	9,2
37,2, Summe.	24,9, Summe.
24,9	
12,3, liegt der Punkt b höher wie a.	

Will man dieses zeichnen, so zeichnet man den Grundriß, wie Fig, 140., und in solchem alle Punkte, wo die Tablaux und das Instrument gestanden haben. Zieht dann unter den Grundriß mit den Punkten a b eine Parallele, wie Fig. 141., und fällt aus allen im Grundrisse markirten Punkten Senkrechte; setzt dann auf diese die Höhen des Profils, wie vorhin bey Fig. 138. gezeigt worden, auch hier ab, so entsteht das Profil Fig. 141.

Wenn sich aber die Höhen nach dem Maßstabe der Längen im Profile nicht gut ausdrücken, so pflegt man auch wohl einen größern Maßstab zu den Höhen zu wählen, und die Profilzeichnung wie Fig. 142. anzufertigen.

§. 200.

Die horizontale Ebene in einer auf dem Felde abgesteckten Figur (große Schanze, Seite einer Festung und dergleichen) zu markiren.

In die Stelle, wo die Höhe ist, in der die Ebene liegen soll, setzt man das Instrument auf, giebt dem einen Gehülfen, der ein Tablau hat, einen Stab, der so lang ist, wie die Höhe der Diopteru des Instruments über der Stelle ist, wo es steht, und dann geht dieser Gehülfe an jeden Pfahl der Figur, setzt das Tablau auf, und wenn das Brettgen eingerichtet ist, so mißt solcher mit seinem Stabe so weit davon herunter, und schneidet da, wo solches an den Pfahl der Figur hintrifft, eine Marke ein; und so geschieht es an jedem Pfahle der Figur.

§. 201.

Auf kurzen Distancen große Höhen zu messen, hat man noch folgende Methoden.

Höhen zu messen, zu deren Senkrechten man kommen kann.

1) Mit Stäben. Z. B. Fig. 143. die Höhe ab.

Man mißt von a nach e, hier $ae = 105^1$, und von e nach c, hier $ec = 15^1$, setzt in e einen langen Stab, der oberhalb in f, eine Marke hat, senkrecht in die Erde, so daß hier $ef = 11^1\ 7^2$; in c setzt man wieder einen Stab senkrecht ein, und schiebt an solchem eine

Marke so hoch, bis mit fb in einer Linie, hier sey cd = $4^1\ 6^2$.

Will man nun dieses Zeichnen, so zieht man eine Horizontale ac, macht ae = 105, ec = 15, und zieht aus a, e, c Senkrechte; setzt von e nach f $11^1\ 7^2$, und von c nach d $4^1\ 6^2$; endlich zieht man df verlängert, bis solche die Senkrechte aus a in b schneidet, so wird man ab nach dem verjüngten Maßstabe messen können.

Will man dieses berechnen, so ziehe man $dh \parallel ca$, und betrachte $\triangle\ hdb$, wo $fg \parallel bh$ und $fg = fe - dc$ ist, also:

$$gd : hd = fg : bh$$

$$15 \qquad 120 \qquad 11^1\ 7^2$$

$$\underline{4\ \ 6}$$

$$7\ \ 1$$

$$\underline{12}$$

$$\frac{85\ .\ 120}{15} = 56^1\ 8^2 = hb$$

$$\underline{4\ \ 6 = ha = dc.}$$

$$61^1\ 2^2 = ab.$$

2) Mit einem Astrolabium Fig. 144. die Höhe ab.

Man bringt die Scheibe des Instruments in eine verticale Lage, richtet die unbeweglichen Dioptern durch Hülfe einer kleinen Grundwage horizontal, wie mn, und visirt mit den beweglichen Dioptern nach der Höhe, so hat man den Winkel hdb, und mißt dann ac. Gesetzt, es sey ac = 120, $\angle$ hdb = 26°, die Höhe des Instruments cd = 4^1.

Will man dieses zeichnen, so zieht man die Linie ac, macht diese 120 lang, errichtet in a und c Senkrechte, macht cd = 4, und zieht $dh \parallel ac$; macht dann $\angle$ hdb = 26°, und zieht den Schenkel, bis solcher die Senkrechte ab schneidet.

Will man dieses berechnen, so betrachte man $\triangle$ hdb, wo hd Halbmesser, und hb Tangente des Winkels hdb ist, also:

Sin. tot. : Tang. von 26° = hd : hb.
120'

9,6881818, Logr. Tang. von 26°
2,0791812, Logr. von 120

11,7673630
10,0000000, Logr. vom Sin. tot.

1,7673630, Logr. von 58,53 = hb
Höhe des Instrum. = 4, = cd = ah.

62,53 = ab.

§. 202.

Höhen zu messen, zu deren Senkrechten man nicht kommen kann.

1) Mit Stäben. Z. B. Fig. 145. die Höhe ab.

Man macht die erste Auflösung in k, m, und wiederhohlt diese mit zwey Stäben in gerader Linie weiter von der Höhe ab in g und n. Gesetzt, es sey km = 15, mg = 40, gn = 24, und ki = 14, ml = 4, gf = 14, nd = 6 gemessen, so zeichnet man dieses nach dem verjüngten Maßstabe, und es ist dann der Punkt b, wo sich die Linien li, df verlängert schneiden, die Spitze der Höhe, und ba senkrecht auf der Horizontale, die Höhe, welche nach dem verjüngten Maße gemessen werden kann.

2) Man stelle eine Stange, wie in Fig. 146. cd, senkrecht in die Erde, mache einige Fuß hoch über der Erde ein Visir, wie mn, richte dieses auf der Seite u nach der

der Höhe b, trete dann herum, und sehe, wo es auf der Erde hintrifft, hier in e; in gerader Linie weiter zurück wird dieses noch einmal wiederholt, und dann gemessen, hier fh $= 11^{1}\ 3^{2}$, ce $= 8^{1}$, fg $=$ cd $= 3^{1}\ 4^{2}$, eh $= 59^{1}\ 3^{2}$.

Will man dieses zeichnen, so ziehe man die Horizontale ah, setze auf diese ce, eh, fh ab; ziehe aus c und f Senkrechte $3^{1} 4^{2}$, ziehe endlich die Linien ed, hg, bis sie sich verlängert schneiden, so ist b die Spitze und ab die Höhe.

Will man dieses berechnen, so setze man

(fh — ce) :	fg =	eh : ab
$11^{1}\ 3^{2}$	$3^{1}\ 4^{2}$	$59^{1}\ 3^{2}$
8	12	12
$3^{1}\ 3^{2}$	40^{2}	121
12		59
39^{1}		711^{2}

und $\frac{711.40}{39} = 60^{1}\ 9\tfrac{3}{13}{}^{2} =$ ab, die Höhe.

Denn man ziehe gk ⫲ dc, und betrachte

1) Die Dreyecke cde und fgk, die einander gleich.
2) Die Dreyecke abe, cde u. fgk, die einander ähnlich.
3) Die Dreyecke ebh, kgh, die auch einander ähnlich sind.

Denn es ist:

1) ∠dce = gfk, jeder = R
∠dec = gkf, weil de ⫲ gk
cd = fg, nach der Construktion

△dce = gfk, weil 2 Winkel und eine Seite ꝛc.
ce = fk, in gleichen Dreyecken ꝛc.
fh = fh, jede Größe sich selbst gleich

fh — ce = fh — fk = kh, Gleiches von Gleichem ꝛc.

2) $\angle$ bae $=$ gfk, jeder $=$ R
$\angle$ aeb $=$ fkg, weil be $\#$ gk gezogen

$\triangle$ abe $\backsim$ fgk, weil 2 Winkel u. s. w.
gk : gf $=$ be : ab, als homologen Seiten.

3) $\angle$ ghk $=$ bhe, jede Größe sich selbst gleich
$\angle$ gkh $=$ beh, weil gk $\#$ be gezogen

$\triangle$ kgh $\backsim$ ebh, weil 2 Winkel u. s. w.
kh : gk $=$ eh : be, als homologen Seiten
gk : gf $=$ be : ab, wie No. 2. gefunden.

kh : gf $=$ eh : ab, die Verh. zusammengesetzt.
(fh $-$ ce) : gf $=$ eh : ab, nach No. 1. d. Gleiche ges.

3) Mit einem Astrolabium. Man mache die zweyte Auflösung des vorigen §. in c, und wiederhole dieselbe Operation noch einmal in gerader Linie, weiter, von der Höhe ab, wie Fig. 47. in e, und messe ce; gesetzt, es sey ce $= 60'$, $\angle$ q $= 25° 35'$, $\angle$ p $= 17° 50'$.

Will man dieses zeichnen, so ziehe man die Horizontale ae, setze auf diese von c nach e, $60'$ ab, errichte in c und e Senkrechte $4'$ lang (wie die Höhe des Instruments); ziehe fh $\#$ ab; errichte in d den Winkel q $= 25° 35'$, und in f den $\angle$ p $= 17° 50'$, so ist der Punkt b, wo sich die Schenkel dieser zwey Winkel schneiden, die Spitze, und ba die Höhe.

Will man dieses berechnen, so suche man den $\angle$ x, den man findet, wenn der innere $\angle$ p vom äußern $\angle$ q subtrahirt wird, und suche dann durch eine Proportion im $\triangle$ bdf die Linie bd; nachher durch die andern die Linie bh im $\triangle$ bhd, und wenn man beyde Proportionen zusammen setzt, so ist:

$\angle$ q $= 25° 35'$
$\angle$ p $= 17 \; 50$

$\angle$ x $= 7° 45'$

$(\text{Sin.}\angle x = 7^\circ 45') : (df = 60') = (\text{Sin.}\angle p = 17^\circ 50') : bd$
$(\text{Sin.}\angle y = 90^\circ) : (\text{Sin.}\angle q = 25^\circ 35') = bd : bh$

1,77815, Logr. von 60′
9,63530, Logr. Sin. von 25° 35′
9,48607, Logr. Sin. von 17° 50′
―――――
20,89952
9,12985, Logr. Sin. von 7° 45′
―――――
11,76967
10,00000, Logr. Sin. von 90°
―――――
1,76967, Logr. von 58 = bh
4 = ah
―――――
62′ = ab, die Höhe.

§. 203.

Die Aufnahme der militärischen Situationspläne nach dem Augenmaße, hängen im Kriege von vielerley Umständen ab, wodurch die Genauigkeit derselben vermehrt oder vermindert wird; will man also die Güte solcher Aufnahme beurtheilen, so muß man

1) Auf den Gebrauch der Aufnahme.
2) Auf die Zeit und die Gelegenheit, in der sie angefertigt ist, sehen.

Der Gebrauch ist

1) Wenn diese Aufnahmen dazu dienen sollen, einen Plan von der ganzen Gegend, in welcher der Krieg geführt wird, anzufertigen, um aus diesem und dem dabey gefügten Tagebuche die Begebenheiten des Feldzuges darzustellen, und dann auch bey einem folgenden Feldzuge von solcher Situationskarte bessern Gebrauch machen zu können, als es von einer General-

karte der Provinz geschehen kann, in welcher nur die vesten Punkte der Dörfer, ohne ihre Lage ausgedruckt sind, wie darinn auch mehreres gar nicht bemerkt ist, was im Kriege Einfluß haben kann.

2) Wenn diese Aufnahmen nur dazu dienen sollen, einen eingeschickten Bericht deutlicher zu machen, so daß der kommandirende General, der auf das ganze sieht, die Abänderungen en detaille bestimmter zeigen könne.

Die Zeit und die Gelegenheit ist.

1) Wenn man bey einem Battaillon in Diensten steht, das zur Cantonirung ein Dorf an der Kette besetzt, so könnte, während daß das Battaillon ins Dorf einrückt, die Quartiere, die Wachten und Posten vertheilt und angestellt werden, eine ungefähre Aufnahme des Dorfs und der Gegend 1000 bis 1500 Schritt um dasselbe gemacht werden. Wird nun diese dem Rapport beygefügt, so wird solcher dadurch die Stellung der Wachten deutlicher machen, als es ohne Zeichnung geschehen kann.

Bleibt in der Folge das Bataillon länger im Dorfe stehen, so kann auch eine zweite Aufnahme, die genauer ist, gemacht, und zur Anfertigung einer Situationskarte eingeschickt werden. Betrachtet man indessen den Maßstab, wornach diese Carten gemacht werden, so wird man schon bemerken, daß viele Kleinigkeiten, die man in der Aufnahme nach einem großen Maßstabe eingezeichnet hat, dort ausgelassen werden müssen; und so könnte schon selbst die zuerst angefertigte Aufnahme hierzu nutzbar seyn, wenn sie nur zeigt, auf welchen Wegen der Feind zum Angriff heran rücken kann, und wie man dieses durch Vertheidigungsanstalten zu verhindern im Stande ist. Wie die

seitwärts liegenden Dörfer mit diesem Posten verbunden, und solchen unterstützen können, sieht man dann, wenn diese Aufnahmen zusammengetragen werden.

2) Wenn man mit den Fouriers und Fourierschützen nach einem Lager vorausgehet, so könnte, während daß das Lager abgesteckt, und die Kette um dasselbe postirt wird, eine ungefähre Aufnahme angefertigt werden, die, wenn sie auch nicht vollkommen, doch besser wie keine ist, wenn sie nur zeigt, wo und durch was für ein Manöver der Feind anrücken könnte; ob er in weiten Entfernungen vom Lager aufmarschiren kann, oder ob er en Colonne bis unter das Canonenfeuer des Lagers kommen muß, und wie man ihn, des Terrains wegen, zu begegnen im stande ist, also, ungefähr bis $\frac{1}{2}$ Meile vor und seitwärts, die Höhen und Gründe, Wege, Wald, Brücher und Wasser, wodurch man denn auch die vorwärts liegenden Posten (Kette) und die Anstalten ihrer Vertheidigung übersehen kann. Steht nun das Lager länger, und wird dasselbe fortificirt, so kann dann auch eine zweyte Aufnahme angefertigt werden, die so genau seyn muß, daß man auf ihr die Verschanzungsart, und die Ursache, warum sie so ist, übersehen kann.

3) Wenn Postirungen zwischen einer Avantgarde und einem seitwärts postirten kleinen Corps vom Hauptcorps aus, gestellt werden, so kann, wärend daß dieses geschieht, eine ungefähre Aufnahme der Gegend angefertigt werden, die den Rapport an den General deutlicher macht, und zeigt, was der Feind für Wege nehmen kann, sich zwischen diese Posten zu stellen, um ein Corps von dem andern ab zu schneiden, und wie diese Wege durch Postirungen vertheidigt werden können.

4. Wenn man die Wege zu einem Colonnenmarsch recognosciren soll, welches 2, 3, oder auch mehr Meilen lang, in einem Tage geschehen muß, so kann diese Aufnahme nicht genau werden; wenn indessen nur darinn bemerkt worden, ob der Weg auf gutem festen Boden ist, so daß er mit dem Artillerietrain (in welchem sich Geschütz befindet, das bis 30 Cent. schwer, und mit 12 Pferden bespannt ist) befahren werden kann, also, ob die Brücken oder Dämme stark genug sind; ob, wenn Biegungen im Wege, diese nicht zu kurz sind, so daß die mit so vielen Pferden bespannten Fahrzeuge, auch gehörig wenden können; oder wenn diese Wege für die Cavallerie, ob sie auch breit genug sind; wie auch zum Marsch der Infanterie, damit sich die Colonnen nicht zu weit ausdehnen und zu viel Zeit brauchen, wenn sie sich während dem Marsche auf ihre Distancen formiren sollten, und dann auch, was für Höhen in dieser Gegend liegen, die, wenn sie der Feind besetzt, den Marsch hindern, und wie man solche feindliche Posten angreifen und zurück drängen kann. Oder wenn wärend dem Marsche eine dieser Colonnen angegriffen würde, was diese des Terrains wegen für eine Stellung nehmen kann, und wie die andern Colonnen sich mit der Angegriffenen vereinigen und solche unterstützen können, welches alles nur ungefähr notirt werden kann. Wird aber der Weg nachher würklich marschirt, so ist wärend dem Marsche schon mehr Zeit, diese Gegend genauer aufzunehmen.

5) Wenn man mit Bedeckung der Fourageurs geht, so kann man von der Gegend, durch welche marschiert und wo fouragirt wird, unter der Zeit, da dieses geschiehet, ebenfalls eine Aufnahme anfertigen. Da es

aber in diesem Falle geschwinde geschehen muß, so kann solches auch nur unvollkommen seyn, indessen doch so, daß ein Colonnenmarsch eines Corps u. dergl. darnach eingerichtet werden kann.

6) Wenn man die Stellung des Feindes recognoscirt, so geschieht es in solcher Geschwindigkeit, daß man, ohne etwas zu notiren, sich die Gegend, wärend dem Durchreiten, nur im Gedächtnisse merken kann, und wenn man zurück kömmt, solche entwirft, so, daß sie die Stellung des Feindes zeigt, wie die Flanken und die Front gedeckt sind; ob, wo, und wie weit man, gegen seine Canonenschüsse gedeckt, ans Lager heran rücken, ob es en Colonne oder en Linie geschehen kann, auch ob seit oder vorwärts Höhen sind, wo Batterien aufgefahren, und von da aus, auf die Stellung des Feindes kannonirt werden kann; also überhaupt, was man beym Angriff für ein Manövre, und was der Feind für Gegenbewegungen machen kann. Geschieht alsdann würklich ein Angriff, und wird das Feld behauptet, so kann dann auch die Gegend (weil mehr Zeit ist) genauer aufgenommen und die Bewegungen darauf gezeichnet werden. Wird aber das Feld verlassen, so kann auch schon auf der ersten Aufnahme der Angriff und Rückzug vorgestellt, und der Bericht dadurch deutlicher gemacht werden.

7) Wenn eine Festung recognoscirt wird, so hat man, wenns möglich gewesen, sich vorher Grundrisse dieser Festung verschafft, und durch Spione von der innern Einrichtung zu unterrichten gesucht, daher sieht man dann nur auf die umliegende Gegend, wie die Posten bey der Berennung oder Blockade gestellt werden können, um einem Ausfalle zu widerstehen. Wird in der Folge eine würkliche Belagerung unternommen, so

sucht man durch die Meßkunst, Punkte in den Capitalen so zu bestimmen und zu bezeichnen, daß man solche bey Nachtzeit wieder finden, und die Lage der ersten Parallele nehmen könne.

§. 204.

Aus dem vorhin Gesagten folgt, daß diese Aufnahmen die Gegend nicht allein darstellen soll wie sie ist, sondern auch, daß man daraus urtheilen könne, wie sie im Kriege anzuwenden sey. Soll eine solche Aufnahme nun geschwinde angefertigt werden, und man wollte sich bey unbedeutenden Kleinigkeiten aufhalten, so würde man am Ende, aus Mangel der Zeit, dasjenige auslassen müssen, was im Kriege Einfluß haben kann.

Zu dieser Beurtheilung gehört aber ein gutes Coup d'oeuil (Scharfblick) so daß man außer das Aufnehmen noch mehr Kenntnisse der Kriegeskunst, nehmlich Begriffe der Fortification und Taktik besitze.

So gut, wie es aber auch ist, durch Aufnahmen im Kriege nützlicher zu seyn; von so schädlichen Folgen kann es auch werden, wenn man diese Aufnahmen nicht gleich abgiebt, und das Brouillon verbrennt. Denn gesetzt, man hätte eine Aufnahme von irgend einem besetzten Posten mit den Vertheidigungsanstalten darauf markirt, bey sich, und ginge etwa mit Fourageurs oder auf eine Recognoscirung aus; würde dabey gefangen, so könnten diese Pappiere dem Feinde dienen, einen Ueberfall oder andere Bewegungen darnach einzurichten, und man wäre die Ursache dazu gewesen.

§. 205.

Die Uebung des Aufnehmens kann man ungefähr also unternehmen.

1) Macht man die vorhin gezeigte Meßaufgaben auf dem Felde langsam durch, besieht jedesmal die Entfernung und die Lage der gemessenen Gegenstände gegen einander; je öfter dieses geschieht, je richtiger bildet sich das Augenmaaß, hauptsächlich durch das Aufnehmen mit dem Meßtische, weil man dabey die Gegend auf dem Felde und das Bild auf dem Pappiere zugleich vor sich sieht.

2) Wählt man eine Gegend, wo man auf 1000 bis 2000 Schritt um sich herum eine Menge vester Punkte, Mühlen, Häuser 2c. sieht; nimmt diese, wie §. 194. gezeigt, mit einem Meßtische auf, und bestimmt mit einer Handboussole die Nordlinie; geht dann in der Gegend, ohne durchs Schreiten zu messen, herum, bestimmt öfters den Standpunkt theils mit, theils ohne Boussole, wie §. 195., und zeichnet dann die Gegend um diesen Punkt nach dem Augenmaße ein, wobey man sich übt, nach dem Augenmaße dem Tische die Lage zu geben, und den Standpunkt zu bestimmen. Durch öftere Uebung wird man dieses ziemlich richtig machen, so daß man bey einer kleinen Gegend, wo man viele Gegenstände sieht, deren Lage auf dem Pappiere bestimmt ist, auch das zwischen liegende nach dem Augenmaße ziemlich genau einzeichnet.

3) Wählt man eine Gegend, wo man ungefähr auf eine halbe Meile um sich hernm 4, 5 oder mehrere Dörfer sieht; bestimmt die vesten Punkte derselben; geht dann, ohne durch Schritte zu messen, zwischen ihnen

herum, giebt dem Tische die Lage, und bestimmt den Standpunkt, theils mit Kunst, theils nach dem Augenmaße, und zeichnet die Gegend um diesen Standpunkt ein.

4) Zeichnet man aus einer Generalkarte der Provinz die vesten Punkte einiger Dörfer, nach Quadraten, vergrößert auf dem Meßtische; geht dann aufs Feld zwischen diese Punkte, giebt dem Tische die Lage, bestimmt den Standpunkt und zeichnet die Gegend ein.

Hierbey wird man oft in Gegenden kommen, wo etwas eingezeichnet werden muß, und man um sich herum von den schon auf dem Pappiere markirten Gegenständen Dreye sieht, da man dann schon die Lage des Tisches und den Standpunkt ziemlich genau wird bestimmen können: oft wird man auch nur Zwey sehen können, da man dann ohne Boussole, schon mehr nach dem Augenmaße verfahren muß: oft wird man auch nur einen Punkt und wohl öfter jar keinen sehen können. In diesen Fällen muß man theils aus der Lage des Weges, und theils aus der Zeit, die man gegangen ist, urtheilen, wo der Standpunkt auf dem Pappiere ungefähr seyn kann, und dann kann es sich fügen, daß man glaubt, näher an einem Dorfe zu seyn, als man würklich ist, bestimmt dann den Standpunkt und zeichnet die Gegend um selbigen zu nahe an dieses Dorf ein; kömmt man dann wieder weiter, und findet dieses, so muß man entweder das Eingezeichnete weglöschen und mehr abwärts zeichnen, oder wenn dieses in Verbindung mit dem andern schon Eingezeichneten zu weitläuftig ist, so kann man auch den vesten Punkt des zu nahen Dorfs weiter ablegen, nur muß man solches merken und denselben

Abend noch berichtigen, oder wenn es an andere Aufnahmen heran gezeichnet wird, gehörig einrichten.

Nützlich kann hierbey ein Bothe seyn, der folgende Fragen zu beantworten weiß: Wie heißt das Dorf? (welches man ihm zeigt) Wo gehet der Weg hin? geht er gerade aufs Dorf zu, oder macht solcher wegen Bergen, Bruch, oder Seen, rechts oder links Biegungen?

Wo kömmt dieses Wasser oder Bruch her, und wo zieht es sich weiter herum?

Wenn man kein Dorf sieht, fragt man, wohin, (in welcher Lage zu) liegt das Dorf! (welches ihm genannt wird) ist es noch weit ab? ꝛc.

5) Stelle man sich die §. 203. gesagte Zeit und Gelegenheit im Kriege vor, nehme die vesten Punkte aus der Generalkarte der Provinz, und fertige dergleichen Aufnahmen in solcher Geschwindigkeit an, nehmlich:

No. 1. Ein Dorf und die Gegend 1000 bis 1500 Schritte um dasselbe, in 2 Stunden.

No. 2. Eine Gegend von einer halben Meile lang und breit, in 4 Stunden.

No. 3. Eine Gegend von einer Meile lang und einer halben breit, in 6 Stunden.

No. 4. Eine Gegend von 2 bis 3 Meilen lang und einer halben breit, in einem Tage.

No. 5. Den Weg von einer Meile, und am Ende desselben die Gegend von einer halben Meile lang und breit, in 6 Stunden.

No. 6. Eine Gegend von einer halben Meile lang und breit, nur von Ferne zu besehen, in einer halben

Stunde, und dann, wenn man wieder zurück ist, diese Gegend zwischen ihre vesten Punkte, aus der Generalkarte einzuzeichnen.

No. 7. Durchreite man eine Gegend von einer Meile lang und einer halben breit, und zeichne sie nur dann erst, wenn man wieder zurück ist, ein. Hierbey wird man schon sehen, daß man nicht oft vom Pferde steigen und durch Kunst den Standpunkt bestimmen kann, sondern dieses nach dem Augenmaße thun müsse.

Trägt man nun alle diese so angefertigten Aufnahmen zusammen, die man hierzu schicklich, in der Gegend wo man ist, gewählt haben kann, so wird daraus eine Situationskarte entstehen.

Nachher nehme man wieder alle diese Aufnahmen langsam und mit mehr Genauigkeit auf, trage sie zusammen, um den Unterschied dieser gegen die zuerst gemachte Situationskarte zu beurtheilen, welcher eben so beträchtlich nicht seyn wird, wenn beyde Karten nach einem kleinen Maßstabe ($1^{\text{z ddc}} = 1$ Meile) angefertigt werden, weil dabey viele Kleinigkeiten, aus Mangel des Raums, ausgelaßen werden müssen.

Auf die Taktik.

§. 206.

Bey der Infanterie kann man die Front von drey Rotten, 2 Schritte rechnen; hat nun jeder Zug 25 Rotten, so ist die Fronte 17 Schritt, und hat ein Bataillon 8 Züge, so ist dessen Front 8 . 17 = 136 Schritte; rechnet man hierzu Intervallen für 2 Kanons und etwas für den Fahnenzug, so wird die Front des Bataillons 160 Schritte.

Für die Cavallerie kann man auf 2 Pferde (Rotten) 3 Schritte Front rechnen.

Bey der Artillerie rechnet man für jedes Kanon in einer Batterie 10 Schritte Front, und für jeden im Parc aufgefahrenen Wagen, 5 Schritte. Im Marsche aber, wo ein Wagen hinter dem andern fährt, muß man auf ein Fahrzeug mit 2 Pferden bespannt, wenigstens 12 Schritt; und für jede 2 Pferde mehr, auch 4 Schritte mehr Länge rechnen.

§. 207.

Richtet sich ein Glied, so richtet sich der zweyte nach der Brust des Flügelmanns, und wird, wenn dieser seine Schultern vor oder zurück drehet (die Brust wendet), auch vor oder zurück treten, so wie die Schulter gewendet wird; auf den zweyten folgt der dritte, der Vierte ꝛc.

Wenn die Anzahl Rotten des Gliedes, und wie weit der Flügel vorkommen soll, gegeben ist, die Größe der Schulterwendung zu finden.

Z. B. in Fig. 148. sey am = 25 Rotten, und der Flügel soll 5 Schritte von m nach n vorrücken.

Man Dividire mit der Anzahl Rotten in die Weite von 5 Schritten = 100^2 dec, als:

25	100^1 100	4^2 dec, die Schulterwendung.

Es müßte also die eine 2^2 vor, und die andere 2^2 zurück genommen werden. Denn man kann die Schultern des Flügelmanns als den Halbmesser des einen,

und die Länge des Gliedes als den Halbmesser des andern Bogens betrachten, deren Winkel am Mittelpunkte a, einander gleich sind, sich also nach §. 162. wie ihre Halbmesser verhalten. Wie diese Schulterwendung ist, wenn es 4 Züge, oder wenn es 8 Züge sind, nemlich wenn ein Bataillon im Marsche sich nach der Mitte, oder im Stehen, nach dem Flügel richtet, ist leicht eben so zu beurtheilen.

§. 208.

Man wird sich erinnern.

Erstens. Daß eine kurze Linie, wie die Schultern eines Mannes, oft und weit zu verlängern, Fehlern unterworfen seyn kann, nach §. 171.

Zweytens. Daß, wenn der Mann im Gliede, über die Brust seines Nebenmannes sieht, so fällt seine Gesichtslinie herunterwärts; bey dem auf seinen Nebenmann folgenden, schon tiefer, und um so mehr, je weiter es nach dem Flügel ist; er muß sich also begnügen, mit 4 bis 5 Mann, die über ihm stehen, gerichtet zu seyn, ohne den Flügel zu sehen. Auch kann man sich die Möglichkeit denken, daß jemand im Gliede, wie z. B. in Fig. 149. bey c, die Schultern nicht gerade hält, also eine Richtung wie acg entsteht. Wird nun diese da, wo der Fehler zum größten ist, in g verbessert, so kömmt, weil sich die übrigen rechts richten, die Stellung acdf; denn die zwischen d und c stehenden, glauben gerichtet zu seyn. Daher wird beym Exerciren, der Fehler einer Richtung, da verbessert, wo er zum kleinsten ist (wo er entstanden). Geht aber der Offizier von a nach c, um die Richtung des Mannes zu verbessern, so wird

derselbe zwischen den beyden Punkten a und f, nicht wissen, ob er selbst in gerader Linie ist, (§. 172.) also auch keinen andern genau, oder einen unrechten, nehmlich statt den in c, den in d einrichten. Besser ist es also, wenn man solchem Manne vom Flügel aus, zuwinken kann, oder wenn man ja zu ihm gehen muß, so muß man auch wieder zurück und die Richtung vom Flügel her, nachsehen.

Wird ein ganzes Bataillon gerichtet, so reitet ein Stabsofficier die gerade Linie von einem Flügel bis zum andern hinunter, und die Leute treten bis dicht an die Linie, die der Stabsofficier durchreitet. Da aber dieser von a aus nach einem Punkte, wie f, nicht mit Gewißheit in gerader Linie reiten, oder schreiten kann (§. 175.), so wählt er hinter dem Flügel f noch eine andre Marke h, und richtet sich wärend dem Reiten auf die Verlängerung h f.

Auf ähnliche Art wird eine Brigade, und auch ein ganzes Treffen gerichtet, indem die Generale die Fronte desselben herunter reiten. Eben so bey der Cavallerie. Ungeachtet bey der Artillerie, die Genauigkeit der Richtung nach einer geraden Linie, nicht so strenge nothwendig ist, so ist solche doch um der Ordnung willen gut, und es wird das Geschütz so neben einander gefahren, daß die Räder unter den Affüten in gerader Linie sind; die Wagen aber so, daß die vordersten Eckwände (nach der Deichsel zu) eine gerade Linie machen, da sich hier ebenfalls das zweyte nach dem ersten, und das dritte nach dem zweyten und ersten richtet, so wird das, was von der Schulterwendung gesagt worden, auch hier gelten können.

§. 209.

Marschirt in einer Colonne jeder Zug so weit hinter seinem vordern, wie die Front des Zuges beträgt, und ein Bataillon folgt seinem vordern auf der Distance der Intervallen für die Canons; so marschirt die Colonne auf ganzen Distancen; folgen sie sich aber auf der Hälfte dieser Weite, auf halben Distancen, so gehen sie ganz dicht auf einander zum Deploiren geschlossen.

Eine Colonne von 3 Regim. Infanterie, 1 Regim. Cavallerie, und zwey zwölfpfündigen ordinairen Batterien, marschiren mit ihrem Geschütze und Baggage zwischen sich, einen schmalen Weg (Defilee, Damm ꝛc.), so daß ein Wagen hinter dem andern folgen muß, wie Fig. 150, und diese soll sich nach solchem Marsche auf ganzen Distancen formiren, den Marsch des letzten Zuges zu finden.

1) Berechnet man die Länge der Colonne wärend diesem Marsche, welche man also annehmen kann:

140	Schritt	1 Bataillon auf ganzen Distancen
52	—	für 2 Can. und 1 Patr. Wagen
192	—	für 1 Bataillon mit seinem Geschütze
3		
576	—	für 1 Reg. ohne Baggage
304	—	für 19 Brot und Küchenwagen
880	—	für 1 Reg. mit Baggage
3		
2640	—	für die 3 Reg. Infanterie.

468 Schritt, 1 Batterie zu 8 Geschütz, 8 Cartousch, 1 Brod, 1 Hebezeug, 1 Train Wagen und 1 Vorraths-Affuite.
2
936 — 2 Batterien
90 Schritt, 1 Escadron
5
450 — 1 Reg. Cavallerie ohne Baggage
304 — die Baggage
754 — das Reg. Cavallerie
936 — die 2 Batterien
2640 — die 3 Reg. Infanterie
4330 Schritt, Länge der Colonne im Defiliren.

2) Berechne man die Front dieses Corps, und subtrahire es vom erstern.

160 Schritt, Front für 1 Bataillon
3
480 — — für 1 Reg.
3
1440 — — für 3 Reg. Infanterie
160 — — für 2 Batterien
450 — — für 1 Reg. Cavallerie
2050 Schritt, die Front dieses Corps.
4330 — die Länge in der Collonne
2280 Schritt, der Marsch des letzten Zuges.

Soll nun diese Collonne gleich nach dem Defiliren sich wieder auf ihre Distancen formiren, so muß der erste Zug, wenn er 2050 Schritt aus dem Defile heraus ist, so lange halten, bis die letzten Züge auch heraus sind und ihre Distancen haben, oder wenn dieses wärend dem Marsche geschehen soll, so lange langsam vorwärts schreiten.

Wie diese Berechnung wird, wenn so, wie es gewöhnlich im Kriege geschieht, die Bagage nicht zwischen den Truppen ist, sondern einen andern Weg geht, wird man leicht herleiten können, so wie man auch einsehen kann, daß dieser Aufenthalt des Marsches noch durch schlecht zu befahrende Wege, schadhafte Brükken 2c. vermehrt wird; also, daß man hierauf beym recognosciren eines Colonnenweges sehen müsse.

§. 210.

Wenn eine Colonne rechts abmarschirt ist, und sich durch einen Contremarsch, als links abmarschirt, formiren soll, den Marsch des letzten Zuges zu finden.

Dieses kann auf dreyerley Art geschehen.

Erstens, wie in Fig. 151. Der letzte Zug, hier 8, zieht sich seitwärts heraus, und marschirt vor, nach diesem zieht sich der vorletzte, hier 7, heraus, und folgt dem 8ten, und so folgt ein Zug dem andern, und die Colonne kömmt erst dann wieder gänzlich in Marsch, wenn der 8te Zug von a nach b, das ist, wenn er die Länge der Colonne um ihre Länge, einmal genommen, weiter vorgerückt.

Zweytens, wie in Fig. 152. Der vorderste Zug hier 8, schwenkt in die Linie; der auf diesen folgende Zug marschirt hinterwärts weg, und schwenkt an dessen Flügel ein 2c. die übrigen Züge; hierbey marschirt ebenfalls der letzte Zug von a nach b, das ist, die Länge der Colonne zweymal, und die Linie rückt um ihre ganze Länge weiter vor.

Drittens, wenn sie schon en Linie stehen, wie in Fig.

153. Die Züge machen von der Mitte bis zum rechten Flügel, links umkehrt! Sämtliche Züge schwenken rechts; jeder von den vordersten Zügen, hier 4 und 5, schwenkt gleich in die neue Linie wieder ein; die auf diese folgenden Züge, 3 und 6, marschiren hinter ihnen weg, und schwenken an deren Flügel wieder ein ꝛc. die übrigen. Auf diese Art marschiren die Flügelzüge die ganze Linie des Treffens einmal, indessen bleibt aber auch das Treffen in derselben Linie.

§. 211.

Wenn die Länge eines Zuges und der Schwenkungswinkel bekannt sind, den Bogen zu finden.

Es sey z. B. in Fig. 154. der Zug ab = 17 Schritt, und der Schwenkungswinkel m = 90°, so ist:

1,57, der Bogen von 90°, nach §. 166.
17 = ab, der gegebene Halbmesser.

1099
157

26,69 Schritte, der Schwenkbogen bc.

Da nun die Züge in einer Colonne, wärend der Zeit, in welcher der vormarschirende Zug die Distance af = 17 Schritt giebt, den Bogen schwenken, so folgt, daß beym Schwenken die Schritte beschleunigt werden müssen, und um so mehr, je größer der Schwenkungswinkel ist, wie Fig. 155. Ist aber, wie in Fig. 156, der Schwenkungswinkel kleiner als 17 Schritte, und es könnte kommen, daß

wenn der erste Zug nach dem Schwenken, gerade aus! commandirt würde, der zweyte noch nicht an dem Schwenkpunkte a wäre, und doch schon das Drehen commandirte, wodurch dann der Schwenkpunkt a verloren gehen, und ein krumliniger Aufmarsch entstehen kann; deshalb könnte der erste Zug nach dem Schwenken so lange anhalten, bis der zweyte am Schwenkpunkte wäre, oder es könnte in diesen Punkt jemand gestellt werden, bey welchem alle Züge heran marschirten, und dann erst schwenkten.

§. 212.

Wenn ein Bataillon, wie z. B. Fig. 157, in ab steht, und in die Stellung ac schwenken soll, so geschieht dieses

1) Wenn die ganze Linie zusammenhängend herum schwenkt (alte Art).

2) Wenn der erste Zug am den ganzen Winkel, die übrigen den halben Winkel schwenken; dann jeder Zug gerade aus, also die Sehnen mn, ok, bc ꝛc. marschirt, und endlich in der neuen Linie ac einschwenkt (neue Art). Man kann setzen: nach der alten Art durchgeht der schwenkende Flügel den Bogen bc, und nach der neuen die Sehne.

Wenn ein Bataillon ab = 8. 17 = 136 Schritt unter dem Winkel bac = 90°, schwenkt, den Unterschied der Sehne und des Bogens zu finden.

1,41 die Sehne von 90°, nach §. 166.
136 Schritt = ab, der gegebene Halbmesser

846
423
141

191,76, die Sehne von 90° = bc
und 1,57, der Bogen von 90°, nach §. 166.
136 Schrit = ab

942
471
157

213,52 Schritt = Bogen von 90°
191,76 — Sehne

21,76 Schritt, der Unterschied.

Da dieser Unterschied nach §. 153. noch immer unbeträchtlicher wird, je kleiner der Schwenkungswinkel ist, so könnte man auch wohl die Ursache, (wenn die neue Art schneller als die alte geschieht) mit daher leiten, daß ein einzelner Zug sich leichter und schneller bewegen kann, als wenn solches zusammenhängend im Bataillon geschieht. Man kann auch die Vorzüge der neuen Art darin setzen, daß die zunächst am Schwenkpunkte befindlichen Züge, geschwinder auf ihren Stand kommen, und wärend dem die letzten noch im Marsche sind, schon feuern können.

Die Figur zeigt es, daß wärend dem Marschiren die Distance o∞, in der die Züge auf einander folgen, kürzer als deren Front mp ist, auch daß der Vormarschirende, den auf ihn folgenden Zug um das Stück p∞ überflügelt. Es ist aber o∞ der Sinus des Winkels omp, der halb so groß als der Schwenkungswinkel bac, und p∞ ist der Sinusversus dieses Winkels.

Wenn ein Bataillon nach der neuen Art unter einem Winkel von 90° schwenkt, die Distance, in der die Züge einander folgen, und deren Ueberflügelung zu finden.

0,71, Sinus von 45°, nach §. 166.
17 Schritt, die Front des Zuges = om
497
71
12,07 Schritt = der Distance, in der die Züge folg.

und 0,293, Sinus versus von 45°, nach §. 166.
25 Rotten, Front des Zuges = om.
1465
586
7,325 Rotten, die Ueberflügelung.

§. 213.

Um das Seitwärtsziehen wärend dem Avanciren oder Retiriren bequemer zu machen, hat man den schrägen Marsch mit Sectionen.

Wenn der schräge Marsch mit Sectionen, jede zu 6 Rotten, unter einem Winkel von 45° geschieht, wie Fig. 158, den Schwenkbogen ge, die Distance im Folgen gf, und die Ueberflügelung ef, zu finden.

1) 0,78 der Bogen von 45°, nach §. 166.
4 Schritt, die Front von 6 Rotten.
3,12 Schritt, der Schwenkbogen.

2) 0,71, der Sinus von 45°, nach §. 166.
4 Schritt, die Front von 6 Rotten.

2,84 Schritt, die Distance im Folgen.

3) 0,293, der Sinus versus, nach §. 166.
6 Rotten, die Front einer Section.

1,758 Rotten, die Ueberflügelung.

Wenn dieser schräge Marsch mit 3 Gliedern geschieht, so scheint die Distance gf = 2,84 Schritt zu kurz zu seyn, und die 4 auf einander folgenden Männer, im gehörigen Ausschreiten zu hindern. Sollte es nicht bequemer seyn, wenn hier 2 Mann aus dem dritten Gliede, vom linken Flügel der vormarschirenden Section, abbrächen, und sich an den rechten Flügel im ersten Gliede der folgenden Section anhingen?

§. 214.

Wenn avancirt wird, und die Fahnen von jedem Bataillone nehmen gerade vor sich (senkrecht auf ihre Front) Marken, und schreiten in gleichen Schritten darauf zu, so bleiben richtige Intervallen. Weil aber dieses nach dem Augenmaß geschehen muß, so sind Fehler möglich.

Wenn 1000 Schritt avancirt wird, und bey einer Fahne um 5° gefehlt worden, die Größe des Zusammendrängens zu finden.

Man kann in Fig. 159. ab als Halbmesser, und bd als Sinus von 5° betrachten, so ist

0,09, der Sinus von 5°, nach §. 166.
1000 = ab, die Weite im Avanciren.

90,00 Schritt, das Zusammendrängen.

§. 215.

Marschirt eine Colonne, z. B. in Fig. 160. N, gegen den Flügel des Feindes M, schräge herauf, um ihn zu überflügeln und in die Flanke zu nehmen, so wird M, wenn er eben so schnell sich nach der Seite hinzieht, nicht allein das Ueberflügeln verhindern, sondern auch noch N überflügeln.

Wenn eine Colonne in der Entfernung von 1000 Schritt unter einem Winkel von 70°, schräge gegen den Flügel des Feindes marschirt, zu finden, um wie viel solche die Schritte beschleunigen müsse, um nicht vom Feinde überflügelt zu werden.

Man kann c als Mittelpunkt, und ac als Halbmesser betrachten, und dann ist cb Secante, und ab Tangente vom Winkel n, folglich:

cb : ab = 2,92 : 2,75, nach. §. 166.

Das heißt, die Colonne N muß 292 Schritte unter der Zeit gehen, daß M 275 Schritt gehet. N hat 2920, und M 2750 Schritte bis b.

§. 216.

Avancirt ein Treffen en Echalon, wie Fig. 161, und die Echalons rücken neben einander in eine Linie ein, so sind, wenn gehörig, ohne sich zu ziehen, avancirt worden, richtige Intervallen; machen es aber die Gegenbewegungen des Feindes nothwendig, wärend dem Marsche halt zu machen, und in eine Linie wie hi einzuschwenken, so werden die Intervallen zu groß.

Wenn jedes Echalon ein Bataillon ist, und diese einander auf 100 Schritt folgen, dann wärend dem Marsche einschwenken, die Vergrößerung der Intervallen zu finden.

Man betrachte △ mnp, wo mn der Halbmesser, np die Tangente von ∠ pmn; qp die Differenz der Secante und des Radio des Winkels pmn ist.

1) Den ∠ pmn zu finden, wird np = 100 mit mn = 160, bis auf zwey Decimalstellen dividirt, dann ist der Quotient die Tangente, wozu der Winkel pmn in §. 166. gefunden wird.

2) Multiplicirt man die Differenz der Secante und des Radio dieses Winkels ∞ mit dem Halbmesser mn = 160 Schritt, als:

1) $\frac{100}{160}$ = 0,61 Tang. ∠pmn = 30 bis 35°, aus §. 166.

2) 0,18 Diffr. des Radio und der Sec. von 30 bis 35° §. 166.
   160 Schritt = mn, der Halbmesser

   1080
   10

   28,80 Schritt = qp, die Vergrößerung der Interv.

§. 217.

Schwenken zwey Treffen um ihre Axe, und die Axpunkte bleiben, wie Fig. 162 m,n, gerade hinter einander, so sind nach dem Schwenken

1) Beide Treffen dichter auf einander als vor dem Schwenken.

2) Ueberflügelt das erste Treffen auf dem vorschwenken,

den Flügel das zweyte, und wird auf dem zurück geschwenkten Flügel wieder vom zweyten überflügelt.

Wenn der Abstand zweyer Treffen vor dem Schwenken, und der Schwenkungswinkel gegeben ist, diesen Abstand nach dem Schwenken und die Ueberflügelung zu finden.

Es sey der Abstand vor dem Schwenken mn = 200 Schritt, und der Schwenkungswinkel = w = 60° Man betrachte △ mnp, wo mn der Halbmesser, np der Sinus des Winkels w, und mp der Cosinus dieses Winkels ist, also:

1) 0,87 Sinus von 60°, nach §. 166.
200 Schrit = mn, der Abstand vor dem Schwenken

174,00 Schritt = np = der Ueberflügelung eq.

2) 0,50, Cosinus von 60°, nach §. 166.
200 Schritt = mn

100,00 Schritt = mp, der Abstand nach dem Schwenken

Wird vor dem Schwenken, wie Fig. 163, der Schwenkungswinkel w in zwey gleiche Theile getheilt, und darnach der Axpunkt im zweyten Treffen bestimmt, so wird der Abstand mp nach dem Schwenken, dem mn vor dem Schwenken gleich; indessen die Ueberflügelung wird vergrößert.

1) Betrachte man △ mpr, △ mnr, so ist:
∠ z = x, jeder ein Rechter
∠ u = t, jeder der halbe Schwenkungswinkel
mr = mr, beyden Dreyecken gemein

△ mrn = mrp, weil 2 Winkel ꝛc.
mn = mp, in Congruenten Dreyecken ꝛc.

2) Betrachte man mn als Halbmesser, so ist nr die Tangente des $\angle$ u (halber Schwenkungswinkel) und nr + rp = 2 × nr, die Ueberflügelung, also:

0,58	Tangente von 30°, nach §. 166.
200	Schritt, der Halbmesser mn
116,00	= nr
116,00	= pr
232	Schritt = eq, die Ueberflügelung.

§. 217.

Schwenkt ein Quarre, wie Fig. 164, so schwenkt die Linie am Schwenkpunkte ad, Front auswärts, und ab Front einwärts, nach der gewöhnlichen Art den Bogen de = bg, deren Halbmesser die Länge einer Seite des Quarres ist; hingegen die beyden Seiten cd und cb gehen mit links um, so daß sich cd rechts, bc links nach fe, fg zieht. Hierbey durchgehen die bey c den Bogen cf, deren Halbmesser ac ist.

Wenn ein regulaires Quarre schwenkt, das Verhältniß der beyden Schwenkbogen zu finden.

Nach §. 139. verhalten sich die Bogen von gleichen Winkeln wie ihre Halbmesser: hier ist aber ad der Halbmesser des einen Bogens, und ac (die Sehne von 90°) der Halbmesser des andern, also:

ad : ac = Bog. de : Bog. cf = 1 : 1,41;

folglich müssen die bey c $1\frac{1}{2}$ Schritt unter der Zeit gehen, daß die bey d 1 Schritt machen.

Wenn jede Seite eines Quarres 160

Schritte und der Schwenkungswinkel 45°
ist, die Größe der Schwenkbogen de, cf
zu finden.

1) 0,78 der Bogen von 45°, nach §. 166.
160 Schritt = ad, der Halbmesser

4680
78

124,80 = de, der Schwenkbogen von ad.

2) 1,41, die Sehne von 90°, nach §. 166.
160 = ad

8460
141

225,60 = ac, der Halbmesser des Bog. cf
0,78, der Bogen von 45°, nach §. 166.

180480
15792

175,9680 = cf, der Schwenkbogen von ac.

§. 219.

Wenn eine Colonne gehörig abmarschirt ist (rechts, wenn sie sich auf der rechten Flanque formiren soll), wie Fig. 165. ab, marschirt ins Allignement, und schwenkt dann ins Treffen ein, so durchgeht der erste Zug die ganze Linie des Treffens von a bis c, und wärend dem auch der letzte von b bis a, also jeder die ganze Länge der Colonne.

Wenn 3 Bataillone im Allignement aufmarschiren, die Weite des Aufmarsches zu finden.

Dieser ist 3 × 160 = 480 Schritt.

Soll aber diese Colonne ins Allignement deploiren, wie Fig. 166, ab in ac, so rücken die Bataillone erst neben einander mit ihren Teten ins Allignement, marschiren dann mit Divisionen auf, und deploiren.

Wenn eine Colonne von 3 Bataillonen auf ganzen Distancen rechts abmarschirt ist, den Marsch bis auf halbe Distancen, bis auf rechts herausgezogene Bataillone mit Divisionen aufmarschirt, und den Marsch des Deploirens zu finden.

Wenn man hier nicht auf kleine Differenzen sieht, welche die Rechnung nur weitläuftig machen, und bey größeren Colonnen noch weniger zu achten sind, so kann die Rechnung also geschehen:

1) 3 × 160 = 480 Schritt die Col. auf ganzen Distancen
3 × 80 = 240 — — — halben —
240 Schritt, der Marsch des letzten Zuges, bis die Colonne auf halben Distancen formirt ist.

2) 240 Schritt (beynahe) bis das letzte Bataillon vorgerückt, und mit Divisionen aufmarschirt ist, wie durch N vorgestellt wird, welches man sich in a denken muß.

3) 3 × 160 = 480 Schritt, die Linie ac
3 × 40 = 120 — die Linie ad
360 Schritt, der Marsch des ersten Zuges im Deploiren.
No. 2 -- 240
No. 1 -- 240
840 Schritt, bis die Linie steht.

§. 220.

Wenn eine Colonne nicht gehörig abmarschirt ist, z. B. in Fig. 167, ab, links, und soll sich auf der rechten Flanke, wie ac formiren.

Wenn eine Colonne von 3 Bataillonen so einmarschirt, daß der erste Zug halt macht, der folgende hinter ihm weg marschirt, und an dem stehenden Flügel einschwenkt, und eben so die übrigen, den Marsch des letzten Zuges zu finden, so ist:

$3 \times 160 = 480$ Schritt, die Colonne ab
$3 \times 160 = 480$ — die Linie ac
960 Schritt, der Marsch des letzten Zuges.

Wenn diese Colonne auf ganzen Distancen, und der Winkel, den sie mit dem Allignement macht, 90° ist, und der Aufmarsch en Eventail geschieht, den Marsch des letzten Zuges zu finden.

Dieser Marsch des letzten Zuges ist die Sehne bc Fig. 168.
also 1,41 Sehne von 90° nach §. 166.
480 Schritt $= 3.160 =$ ab

11280
564

676,8 Schritt = bc, Marsch des letzten Zuges.

Wenn alles Uebrige wie vorhin, die Co-

lonne aber auf halben Distancen, den Marsch des letzten Zuges zu finden, so ist:

dc, der Marsch dieses Zuges.
1,11, die dritte Linie von 90° nach §. 166.
480 = 3.160 = ac

8880
444

532,80 Schritt = dc, Marsch des letzten Zuges.

Wenn diese Colonne auf ganzen Distancen ist und deploirt, den Marsch des letzten Zuges zu finden.

Ungeachtet das letzte Bataillon schon wärend dem Vormarschiren sich etwas rechts heraus zieht, wie es durch M vorgestellt wird, (wenn es des Terrains wegen angeht) so ist auch dann wieder be > ab, und ohne beträchtliche Fehler zu machen, dieses Deploiren wie im vorigen §. gefunden, 840 Schritt.

Sieht man bloß auf die Geschwindigkeit des Aufmarsches, so könnte man urtheilen: sind die Bataillone richtig abmarschirt, wie §. 219, so ist das Einschwenken, sind diese aber nicht so, sondern wie §. 220 abmarschirt, so ist der Aufmarsch en Eventail dem Deploiren vorzuziehen; hingegen kann es doch Fälle geben, wo das Deploiren zu wählen ist, weil, wenn die Bataillone heraus gezogen (neben einander stehen), dann noch durch die Richtung deren Teten die Lage des Allignements gegeben, wie auch die Linie rechts, links, oder aus der Mitte heraus gezogen werden kann, nachdem es die Gegenbewegungen des Feindes erfordern. Auch ist oft das schräge Herausziehen (der

Aufmarsch en Eventail) des Terrains wegen, wenn seitwärts Bruch und dergl. nicht anwendbar.

Ueberhaupt sind diese Aufgaben nur darum, einige Anwendungen der Geometrie auf die Taktik zu zeigen, und nicht die eigentliche Lehre der Taktik.

Auf die Fortification.

§. 221.

Das Messen und Abstecken der Linien und Winkel mit Stäben oder nach dem Augenmaße (so wie es in der Feldbefestigung geschieht) ist schon bey der Abhandlung vom Feldmessen erwähnt; indessen wollen wir die Weite des Musquetenschusses 300 Schritt, des Canons mit Cartetschen 600, und mit Kugeln 1200 Schritt annehmen, und so berechnen, wo sich diese vor der Front einer befestigten Linie kreutzen würden, um daraus zu beurtheilen, welche Theile der befestigten Linie die stärksten sind, um dann Erfindungen anzubringen, die schwächern Theile durch neue Mittel zu verstärken.

Wenn eine Linie in einer Ebene mit Redans befestigt ist, wie Fig. 169, die Weite der Schußlinien, seitwärts und vorwärts, zu finden.

Man kann die Weite des Schusses ad als Halbmesser, die Weite vorwärts de als Sinus, und die Weite seitwärts ae als Cosinus des Winkels dae, den die Schußlinie mit der Front macht, betrachten.

Ist

Ist nun der ausspringende Winkel des Redans 90°, so ist ∠ dae = 45°, und

0,71, Sinus von 45°, nach §. 166.

300 = ad, die Weite des Musquetenschusses

213,00 Schritt = de, vorwärts mit Musqueten

2

426 Schritt, vorwärts mit Cartätschen

2

852 Schritt, vorwärts mit Canonenkugeln;

und weil der Winkel 45°, so ist der Cosinus dem Sinus gleich, mithin gehen die Schüsse auch eben so viel seitwärts.

Wenn dieser ausspringende Winkel des Redans 60°, so ist der Winkel, den die Schußlinie mit der Fronte macht, 30°, und dann

0,50, Sinus von 30°, nach §. 166.

300

150,00 Schritt, vorwärts mit Musqueten

2

300 Schritt, — mit Cartätschen

2

600 Schritt, — mit Canonenkugeln,

und 0,87, Cosinus von 30°, nach §. 166.

300

261,00 Schritt, seitwärts mit Musqueten

2

522 Schritt, — mit Cartätschen

2

1044 Schritt, — mit Canonenkugeln.

Hieraus zeigt es sich, daß, je spitzer der ausspringende Winkel eines Redans ist, (je spitzer der Winkel ist,

den die Schußlinie mit der Front macht), je weniger gehen die Schüsse vorwärts, aber mehr seitwärts.

Wenn man daher nur blos auf Musquetenschüsse rechnet, so können die Redans nicht 300 Schritt aus einander liegen, weil sonst vor der Spitze derselben ein unbeschossener Raum bleibt. Ein andrer Fall ist es, wenn man auf die Würkung der Cartätschen oder der Canonenkugeln sehen kann, und sich mit deren Seitenvertheidigung allein begnügen will.

Betrachtet man in der Figur bf und fg, so zeigt es sich, daß der vor der Spitze unbeschossene Raum der Weite seitwärts und vorwärts gleich ist, rechnet man aber auf das Feuer einer geraden Courtine, so ist dieser Raum nur der Kehle des Redans gleich.

§. 222.

Wird eine Linie, wie in Fig. 170. ab, mit Bollwerken befestigt, so kann es ungefähr also geschehen:

1) Theilt man ab in c in 2 gleiche Theile, und zieht $cd = \frac{1}{6}$ ab.

2) Zieht man ad, bd verlängert durch d in Bley, und theilt jede in 2 gleiche Theile in e und f.

3) Zieht man eg senkrecht auf gb und fh senkrecht auf ah, und endlich gh, so ist ab die Seite, cd die Perpendiculaire, ah und bg die Defenslinien; ae, bf Facen, eg, fh Flanken, gh die Courtine.

Es sey die Seite ab = 160 Schritt, so ist ac = 80 Schritt, und cd = 26,66, den Winkel x = abg, zu finden.

Man betrachte △ acd, in diesem ist:

ac : cd = Radius : Tang.

80   26,66   90°

1,42586, Logr. von 26,66

10,00000, Logr. Sin. von 90°

11,42586

1,90309, Logr. von 80°

9,52277, Logr. Tang. von 18° 25′ = ∠ x = abg.

Wenn der Winkel, den den die Schußlinie mit der Front macht, R — x = 90 — 18° 25′ = 71° 35′ ist, die Weite des Schusses vor und seitwärts zu finden,

so ist 0,94 Sinus von 71° 35′ (§. 166.)

3,00 Schritt,

282,00 Schritt, vorwärts mit Musqueten

2

564 — — mit Cartätschen

2

1128 — — mit Canonenkugeln,

und 0,31, Cosinus von 71° 35′ (§. 166).

3,00 Schritt,

93,00 Schritt, seitwärts mit Musqueten

2

186,00 — — mit Cartätschen

2

372 — — mit Canonenkugeln.

So gehen die Schüsse von den Facen; und da der Winkel x = y, so finden sich bey der Berechnung der Schüsse von den Flanken eben diese Weiten, nur mit dem Unterschiede, daß das, was bey den Facen seit-

wärts heißt, bey den Flanken vorwärts ist, und weil $\frac{ad}{2} = ae$, so ist auch $ak = \frac{ac}{2} = 40$, und $ek = \frac{cd}{2} = 13,33$; also wird man bey den Schüssen aus den Flanken seitwärts, noch 40 Schritt von a aus zu, von vorwärts 13 Schritt abrechnen.

Nach dieser Berechnung kann man urtheilen, wie weit die Bollwerksspitzen auseinander zu legen sind, wenn sich das Feuer von den Facen, vor der Courtine kreuzen, und das Feuer von den Flanken, die Facen bestreichen soll.

Auf ähnliche Art kann man diese Berechnung auch auf mehrere Feldbefestigungsarten anwenden.

§. 223.

Um große Festungswerke leicht und genau abzustecken, werden oft die Linien und Winkel dieses Werks berechnet. Ein Beyspiel hierzu sey Fig. 171, wo AB die Seite eines regulairen Siebenecks und 90° lang, deren Construktion hier also ist:

1) Man theilt AB in C in 2 gleiche Theile, und zieht die Perpendiculaire $CD = \frac{1}{6} AB = 15°$ lang.

2) Zieht man die Defenslinie AD, BD verlängert durch D, und macht die Facen AE, $BF = \frac{2}{7} AB$, hier 25° lang.

3) Zieht man die Flanken EG, FH senkrecht auf ihre Defenslinien, und die Courtine aus. Geschieht dieses auf jeder Seite des Vielecks, so ist der Umriß des Hauptwalles fertig.

4) Macht man mit der Weite HE, aus H und G,

Creutzschnitte in M, so ist M die Spitze des Ravelins, und setzt man von E nach x zwey Ruthen ab, so ist Mx die Lage der Ravelinsface.

5) In der Entfernung von 10° zieht man mit den Hauptfacen die Linie QP, und von 6° mit den Ravelinsfacen, die Linien ST parallel, so ist der Haupt- und Ravelinsgraben gezeichnet.

6) Mit der äußern Linie des Grabens zieht man in der Entfernung von 3°, Vc, cX parallel, so ist dies der bedeckte Weg.

7) Vor dem einspringenden Winkel des bedeckten Weges von c, setzt man 5° nach e und f, für die Kehle, und macht aus e, f, mit der Weite von 6°, in d, Creutzschnitte, so sind de, df die Facen des Sammelplatzes.

8) Mit diesen äußern Linien des bedeckten Weges und Sammelplatzes, zieht man in der Entfernung von 12° parallelen, so ist dies das Glacis.

Hieraus können nun folgende Aufgaben hergeleitet werden.

1) Den Zentri, Poligon und halben Poligonwinkel im regulairen Siebenecke zu finden.

Also $\frac{360}{7} = 51° 26'$, der Zentriwinkel

$$
\begin{array}{rl}
180 & = 2\,R \\
\hline
2 \,|\, 128° \; 34' & = \text{dem ganzen Poligonwinkel} \\
64° \; 17' & = \text{dem halben Poligonwink. BAK.}
\end{array}
$$

2) Wenn die Seite 90°, den Halbmesser im regulairen Siebenecke zu finden, so ist:

Sin. vom Zentrw. : AB = Sin. ∠ BAK : Radius.

$51^\circ\ 26'$ 90 $64^\circ\ 17'$

1,9542425, Logr. von 90.
9,9547011, Logr. Sin. von $64^\circ\ 17'$

11,9089436
9,8931419, Logr. Sin. von $51^\circ\ 26$

2,0158017, Logr. von 103,7 der Radius.

3) Wenn AC = 45°, CD = 15°, den ∠ CAD, ADC, DAK, HKA, GDE und GED zu finden.

AC : CD = Sin. tot. : Tang.

45	15	10000000
3	1	3 | 333333 Tang. von $18^\circ\ 26'$ = ∠ CAD.

Und 90° = ∠ CAD + ∠ CDA. weil ACD = R
$18^\circ\ 26'$ = ∠ CAD

$71^\circ\ 34'$ = ∠ CDA = gDG
$71^\circ\ 34'$ = ∠ gDG

$143^\circ\ 8'$
180 = 2 R

$36^\circ\ 52'$ = ∠ GDA = ∠ GDE
90° = ∠ GDE + ∠ GED, weil ∠ DGE = R.

$53^\circ\ 8'$ = ∠ GED.

Und $64^\circ\ 17'$, der halbe Poligonwinkel nach No. 1.
$18^\circ\ 26'$ = ∠ CAD

$45^\circ\ 51'$ = ∠ DAK, halbe Bastionswinkel.

Und 180° = 2 R
$64^\circ\ 17'$ = der halbe Poligonwinkel

$115^\circ\ 43'$ = ∠ HKA.

4) Wenn im △ ACD, CA = 45°, ∠ ACD = 90° ∠ ADC = $71^\circ\ 34'$ ist, die Theile der Defenslinie AD, ED zu finden, so ist:

Sin. ∠ ADC : AC = Sin. ∠ ACD : AD.
71° 34' 45 90°
1,65321, Logr. von 45
10,00000, Logr. Sin. von 90°

1,65321
9,97712, Logr. Sin. von 71° 34'

1,67609, Logr. von 47, 43 = AD
25 = AE

22, 43 = ED.

5) Wenn in dem △ EDG, ED = 22,43, ∠ EDG = 36° 52' ∠ GED = 53° 8' ist, den Theil Defenslinie DG und die ganze AH, wie auch die Flanke EG zu finden.

Sin. ∠ EGD : ED = Sin. ∠ EDG : EG.
90° 22,43 36° 52'
1,35082, Logr. von 22,43
9,7781 , Logr. Sin. von 36° 52'

11,12893
10,00000, Logr. Sin. von 90°

1,12893, Logr. von 13,45 = EG, die Flanke,

und Sin. ∠ EGD : ED = Sin. ∠ GED : GD
90° 22,43 53° 8'
1,35082, Logr. von 22,43
9,90310, Logr. Sin. von 53° 8'

11,25392
10,00000, Logr. Sin. von 90°

1,25392, Logr. von 17,94 = GD = HD
47,43 = AD

die ganze Defenslinie 65,37 = AH.

6) Wenn in dem △ DgG, DG = 17,4, ∠ gDG = 71° 34', ∠ DGg = 18° 26' ist, das Stück Dg und

Cg, wie auch die halbe Courtine Gg und die ganze GH zu finden.

Sin. ∠ DgG : DG = Sin. ∠ gGD : Dg.

90°　17,95　18° 16ᴵ

1,25392, Logr. von 17,94.

9,49996, Logr. Sin. von 18°26ᴵ

10,75388

10,00000, Logr. Sin. von 90°

0,75388, Logr. von 5,675 = Dg

15, = CD

20,675 = Cg

Und Sin. ∠ DgG : DG = Sin. ∠ gDG : Gg

90°　17,94　71° 34ᴵ

1,25392, Logr. von 17,94

9,97712, Logr. Sin. von 71° 34ᴵ

11,23104

10,00000, Logr. Sin. von 90°

1,23104, Logr. von 17,02 = Gg

17,02 = gH

die Courtine 34,04 = GH.

7) Wenn in dem △ AKH, AH = 65,37, ∠ AHK = 18° 26ᴵ, ∠ AKH = 115° 43ᴵ, ∠ KAH = 45° 51ᴵ ist, die Capitale durchs Bastion AK, die Linie HK, und dann die Kehle GK, wie auch die innere Poligone KL, und den kleinen Halbmesser zu finden.

Sin. ∠ AKH : AH = Sin. ∠ AHK : AK

115° 43ᴵ　65,37　18° 26ᴵ

1,81547, Logr. von 65,37

9,49996, Logr. Sin. von 18° 26ᴵ

11,31543

9,95470, Logr. Sin. von 115° 43ᴵ

1,36063, Logr. von 22,94 = AK.

103,7 = d. gr Halbm.

80,76 = d. kl. Halbm.

Sin. ∠ AKH : AH = Sin. ∠ KAH : KH.
115° 43′ 65,73 45° 51′

1,81537, Logr. von 65,73
9,85583, Logr. Sinus von 45° 51′
11,67120
9,95470, Logr. Sinus von 115° 43′
1,71650, Logr. von 52,06 = KH
34,04 = GH
18,02 = GK, d. Kehle
die innere Poligone 70,08 = KL

8) Wenn in dem △ Bqr, ∠ Brq = KAH = 45° 51′, ∠ Bqr = 90° und Bq = 25, Bn = 13, Bm = 10 ist, die Theile auf der Capitale, Br, Bp, BR, zu finden.

Sin. ∠ Brq : Bq = Sin. ∠ Bqr : Br
45° 51′ 25 90°

1,39794, Logr. von 25
10,00000, Logr. Sin. von 90°
11,39794
9,85583, Logr. Sin. von 45° 51′
1,54211, Logr. von 34,85 = Br = AW.

und Bq : Br = Bn : Bp
25 34,85 13

13
10455
3485
25 | 45305 | 18,01 = Bp = AV

und Bq : Br = Bm : BR
25 34,85 10

10
25 | 348,50 | 13,94 = BR = AQ.

9) Wenn in dem $\triangle$ DPv, vP = 10, $\angle$ vDP = ADC = 71° 34′ ist, das Stück der Perpendiculaire DP wie auch CP, zu finden.

Sin. $\angle$ vDP : vP = Sin. $\angle$ DvP : DP
71° 34′ 10 90°
1,00000, Logr von 10
10,00000, Logr. Sin. von 90°
11,00000
9,97712, Logr. Sin. von 71° 34′
1,02288, Logr. von 10,54 = DP
15 = CD
4,46 = CP

10) Wenn in dem rechtwinkligen $\triangle$ MgH, gH = 17,02, HM = HE = AH − AE = 65,37 − 25 = 40,37 ist, die Linie gM, DM, PM, CM, zu finden, so ist:

40,37 = HM und 17,02 = gH
40,37 17,02
1628,7369 = HM² 289,6804 = gH²
289,6804 = gH²
1340,0565 = gM² und 36,60 = gM
5,675 = Dg
30,925 = DM
10,54 = DP
20,385 = PM
4,46 = CP
15,925 = CM.

11) Wenn in dem $\triangle$ MD∞, DM = 30,92, $\angle$ MD∞ = 71° 34′ D∞ = DE + E∞ = 22,43 + 2 = 24,43 ist, die Winkel D∞M, = PNM, DM∞, QNM, zu finden.

$$DM + D\infty : DM - D\infty = \text{Tang.}\angle\frac{x+y}{2} : \text{Tang.}\angle\frac{x-y}{2}$$

30,92	30,92	180
24,43	24,43	71° 34ᴵ
55,35	6,49	2 | 108°26ᴵ | 45°13ᴵ h. Sum̃e.

0,81224, Logr. von 6,49
10,14219, Logr. Tang. von 54° 13
10,95443
1,73411, Logr. von 55,35
9,22032, Logr. Tang. von 9°26ᴵ halbe Diffr.
54°13ᴵ halbe Summe.
63°39ᴵ = ∠x = PNM
44°47ᴵ = ∠y = PNM
180
116°21ᴵ = ∠QNM

12) Wenn in dem △ MYu, ∠ MYu = PNM = 44° 47ᴵ, und Mu = 21, Mt = 9, Ms = 6 ist, MY, MX, MS, wie auch CS, CX, CY, zu finden.

Sin. ∠ MYu : Mu = Sin. ∠ MuY : MY
44° 47ᴵ 21 90°

1,32221, Logr. von 21
10,00000, Logr. Sin. von 90°
11,32221
9,84783, Logr. Sin. von 44° 47ᴵ
1,47438, Logr. von 29,81 = MY
15,92 = CM
45,73 = CY
4,46 = CP
50,19 = PY

und Mu : MY = Mt : MX.

$$\begin{array}{rrrl} 21 & 29,81 & 9 & \\ 7 & 3 & 3 & \\ 7 & 89,43 & 12,79 & = MX \\ & & 15,92 & = MC \\ & & 28,71 & = CX \\ & & 4,46 & = CP \\ & & 33,17 & = PX. \end{array}$$

und Mu : MY = Ms : MS

$$\begin{array}{rrrl} 21 & 29,81 & 6 & \\ 7 & 2 & 2 & \\ & 59,62 & 8,52 & = MS \\ & & 15,92 & = MC \\ & & 24,44 & = CS \\ & & 4,46 & = CP \\ & & 28,90 & = PS. \end{array}$$

13) Wenn in dem Dreyeck PYi, PY = 50,19, ∠ PYi = MYu 44° 47′ ∠ PiY = PNM = 63° 39′ ist, Pi, Pa, PT, PN, wie auch Ta, Ti, zu finden.

Sin. ∠ PiY : PY = Sin. ∠ PYi : Pi
63° 39′ 50,19 44° 47′

1,70061, Log. von 50,19
9,84783, Logr. Sin. von 44° 47′
11,54844
9,95235, Logr. Sin. von 63° 39′
1,59609, Logr. von 39,45 = Pi,

und PY : Pi = PX : Pa
50,19 39,45 33,17

also $\frac{39,45 \times 33,17}{50,19}$ = 26,07 = Pa

und Py : Pi = PS : PT
50,19   39,45   28,90

also $\frac{39,45 \times 28,90}{50,19} = 22,51 = PT.$

und PY : Pi = PM : PN
50,19   39,45   20,38

also $\frac{39,45 \times 20,38}{50,19} = 16,03 = PN.$

wie auch 39,45 = Pi
22,51 = PT
16,94 = Ti = Tk.

und 26,07 = Pa
22,51 = PT
3,56 = Ta = Tb.

14) Wenn im $\triangle$ ced, ce = 5, ed = 6, $\angle$ dce = $\frac{QNM}{2}$ = 58° 10′, ist, den $\angle$ ced, und die Linie cd zu finden.

ed : Sin. $\angle$ dce = ec : Sin. $\angle$ cde.
6   58° 10′   5

9,92920, Logr. Sin. von 58° 10′
0,69897, Logr. von 5
10,62817
0,77815, Logr. von 6
9,85002, Logr. Sin. von 45° 5′ = $\angle$ cde
58° 10′ = $\angle$ dce
103° 15′
180
76° 45′ = $\angle$ ced

Und Sin. $\angle$ dce : ed = Sin. $\angle$ ced : cd
58° 10' 6 76° 45'

0,77815, Logr. von 6
9,98828, Logr. Sin. von 76° 45'
10,76643
9,92920, Logr. Sin. von 58° 10'
0,83723, Logr. von 6,874 = cd.

15) Wenn im $\triangle$ dzZ, dz = 12, $\angle$ dZz = cde = 45° 5', dZ, wie auch cZ und cg, zu finden.

Sin. $\angle$ dZz : dz = Sin. $\angle$ dzZ : dZ.
45° 5' 12 90°
1,07918, Logr. von 12
10,00000, Logr. Sin. von 90°
11,07918
9,85002, Logr. Sin. von 45° 5'
1,22916, Logr. von 16,95 = dZ
6,87 = cd
23,82 = cZ

und cd : ce = cZ : cg
6,87 5 23,82

also $\frac{5 \times 23,82}{6,87} = 17,33 = cg.$

§. 224.

Ist dies Berechnen wie im vorigen §. geschehen, so werden bey der Zeichnung die zum Abstecken nöthigen Theile beygeschrieben: hier

AB = 90 gegeben,	∠ BAW = 115° 43′ n. No. 3.
AC = 45 gegeben,	∠ ACD = 90° gegeben.
CD = 15 gegeben,	BF = 25° gegeben.
BG = 65,37, nach No. 5,	AQ = 13,94, nach No. 8.
AV = 18,01, nach No. 8,	AW = 34,85, nach No. 8.
DP = 10,54, nach No. 9,	CM = 15,92, nach No. 10.
CS = 24,44, nach No. 12,	CX = 28,71, nach No. 12.
CY = 45,73, nach No. 12,	PN = 16,03, nach No. 13.
PT = 22,51, nach No. 13,	Ta = 3,56, nach No. 13.
Ti = 16,94, nach No. 13,	ce = 5, gegeben.
cg = 17,33, nach No. 5,	cd = 6,87, nach No. 15.
cZ = 23,82, nach No. 15,	

Ist nun die Lage der Seite AB, und der Punkt A auf dem Felde bestimmt, so mißt man

1) Die Theile von A nach C, und nach B ab, und läßt in A, C, B Pfähle schlagen, auch wohl diese Linie traciren.

2) Steckt man in A und B die Winkel BAW, und in C den rechten Winkel ACD ab, und läßt die Linien AW, wie auch aus B, vorwärts traciren, und die aus C vorwärts nach Y, und rückwärts nach D zu.

3) Mißt man auf diesen Tracen die Weiten AQ, AV ꝛc., wie auch auf der mittleren CP, CD, CM ꝛc. ab, und läßt diese Punkte mit Pfählen Markiren, auf die man die Buchstaben wie in der Zeichnung mit Rothstein schreibt.

4) Läßt man die Linien AD, BD traciren, wie auch noch rückwärts nach G zu, und misset die Länge der Face BF und der Defenslinie BG darauf ab, wo in F und G Pfähle geschlagen, und dann die Flanke und Courtine tracirt werden.

5) Läßt man die Linien PQ traciren, und mißt dann

die Theile PN, PT ab, und läßt wieder diese Punkte mit Pfählen bezeichnen.

6) Läßt man MN, ST traciren; mißt von T die Theile Ta, Ti, Tb, Tk ab, und läßt sie mit Pfählen bezeichnen.

7) Läßt man die Linien Vb, Wk, Xa, Yi traciren, und bemerkt die Punkte cw, wo sie sich schneiden, mit Pfählen.

8) Läßt man die Linie cw über w verlängert traciren; mißt von c nach d und Z die Theile, wie auch von c nach e und g ab, und läßt die Punkte mit Pfählen bezeichnen.

9) Läßt man die Linien de, df, wie auch Zg, Zh traciren.

Endlich läßt man die wirklichen Figurlinien tiefer traciren, und pfählt sie mehr aus, die übrigen Tracen aber (als Hülfslinien) werden wieder zugestoßen, und dann wird durch Hülfe eines Nivellirinstruments der angenommene Horizont an alle Pfähle markirt.

§. 225.

Wenn bey der Berennung einer Festung die Werke und die Lage derselben aufgenommen werden, so muß dieses schnell, und mit wenig Umständen geschehen. Sind mehrere, die sich dazu verstehn, so kann es auf folgende Art seyn: Gesetzt es sind, wie bey Fig. 173, in jeder Capitale zwey, so gehen diese

1) Nach dem Augenmaße auf dieser Capitale, und so dicht an die Festung heran, wie es wegen dem Schießen aus selbiger geschehen kann, hier in a, in b, in c, in d.

2)

2) Mißt einer in b die Winkel m, n, o, und einer in c die Winkel p, q, r, s; dann bezeichnen sie ihre Standpunkte a, b, c, d mit Marken, die aus der Festung nicht gesehen werden, die sie selbst aber bey Nachtzeit wieder finden können.

3) Schreitet der von c auf b, und der aus b nach c zu, wobey sie die Schritte zählen, bis sie in f zusammen kommen. Eben so geschieht es von zweyen zwischen ab, und auch so zwischen cd. Markieren sie nun noch, wie bey h, wo die Verlängerungen der Facen hintreffen, so ist das Brouillon fertig, und es können hiernach die Hauptlinien der Festung gezeichnet werden. Endlich zieht man in diesem Riß die Capitalen, so wird sichs finden, wie weit die Punkte a, b, c, d von der Festung ab, und ob sie in den Capitalen oder seitwärts liegen.

§. 226.

Sollen dann die Arbeiter (so wie es gewöhnlich geschieht) bey Nacht zur ersten Parallele angestellt werden, so geht der, der in b aufgenommen hat, wieder nach seiner Marke in b; der aus d in d ꝛc. Dann schreitet noch jeder so weit vorwärts nach der Festung zu, als die Parallele kommen soll, hier nach G und H, jeder giebt mit einer Blendlaterne eine Marke in seinem Punkte, und dann schreitet der aus G in gerader Linie nach der Marke in H, und der aus H nach der Marke in G, wobey dann wärend diesem Schreiten die Arbeiter an der durchschrittenen Linie angestellt werden.

Ist die erste Parallele fertig, so kann man aus dieser schon mehrere Theile der Festung aufnehmen; die Bat-

terien in der Parallele, ihre Entfernung von der Festung ꝛc. messen, dann solchen Plan gehörig zeichnen, und dem Berichte von der Belagerung, Copien davon beyfügen, oder die folgenden Operationen darauf entwerfen.

Mehrere dergleichen Anwendungen auf Feldmessen, Taktik und Fortification, wird man nun schon selbst aus dem Vorigen herleiten können.

Auch kann man ungefähr annehmen, das in einer Minute

Die Infanterie

Im Deploiren und gewöhnlichem Marsche mit Zügen 100 Schritt.

Im Avanciren und en Parade — 75 —

Die Cavallerie

Im ordinairen Schritt — — 120 —

Im Trab — — — — 330 —

Im Gallopp — — — 660 —

durchgehet. Und hiernach, wenn man die Anzahl Schritte zu einer Bewegung gefunden, auch die Zeit bestimmen, die dazu erfordert wird. Ueberhaupt werden diese wenigen hier gezeigten Lehrsätze der Geometrie schon zum richtigern Nachdenken und Beurtheilen führen, und Neigungen erregen können, die Algebra, die Lehre von den Cörpern (Stereometrie) und dann noch mehrere Theile der Mathematik zu betrachten.

Inhalt des ersten Abschnitts.

§. 86. Was eine stetige Größe, was die Gränze, was der geometrische Körper, Fläche, Linie und Punkt ist.

§. 87. Daß Linien, Flächen und Körper stetige Größen sind.

§. 88. Wie die Größen die einander decken. Das Maß der Linien. Die Eintheilung der Ruthe in Decimal und Duodecimal, und die Berechnung, um eins durchs andre auszudrücken.

§. 89. Was Winkel sind; das Maß derselben.

§. 90. Was Nebenwinkel, was rechte, stumpfe und spitze Winkel sind.

§. 91. Daß die Summe der Nebenwinkel zwey rechten gleich; wenn einer gegeben den andern zu finden, und daß die Summe aller Winkel um einen Punkt vier rechten gleich ist.

§. 92. Was Scheitelwinkel, und daß sie einander gleich sind.

§. 93. Was Dreyecke; was gleichseitige, gleichschenklige, ungleichseitige, was rechtwinklige, stumpfwinklige und spitzwinklige sind.

§. 94. Wenn zwey Seiten und der eingeschlossene Winkel des einen Dreyecks, gleich solchen Stücken eines andern, so sind die Dreyecke einander gleich. Auch daß in gleichen Dreyecken, die Seiten einander gleich, die gleichen Winkeln gegenüber; auch die Winkel die gleichen Seiten gegenüber.

§. 95. Der äußere Winkel eines Dreyecks, ist größer als jeder innere ihm entgegenstehende.

§. 96. Zwey Winkel eines Dreyecks zusammengenommen sind kleiner als zwey rechte.

§. 97. Von den Parallelen.

§. 98. Sind zwey Linien von einer dritten geschnitten, und die zwey entgegenstehenden Winkel zusammen zwey rechten gleich, so sind die zwey Linien parallel.

§. 99. Sind zwey parallele Linien von einer dritten geschnitten, so müssen die entgegenstehenden Winkel zusammen, zwey rechten gleich seyn.

§. 100. Sind zwey Parallelen von einer dritten Linie geschnitten, so sind die Wechsel und Scheitelwinkel einander gleich.

§. 101. In jedem Dreyecke sind die drey Winkel zusammen genommen, gleich zwey rechten. Wenn zwey Winkel eines Dreyecks gegeben sind, den dritten zu finden.

§. 102. Der äußere Winkel eines Dreyecks ist seinen zwey innern entgegenstehenden zusammen genommen gleich. Wenn ein äußerer und ein innerer entgegenstehender bekannt, die andern zu finden.

§. 103. Im gleichschenkligen Dreyecke sind die Winkel an der Grundlinie einander gleich. Wenn ein Winkel im gleichschenkligen Dreyecke gegeben ist, die andern zu finden.

§. 104. Im gleichschenkligen Dreyecke ist der äußere Winkel an der Spitze zweymal so groß, als einer an der Grundlinie. Wenn ein äußerer Winkel gegeben ist, die innern zu finden.

§. 105. Im gleichseitigen Dreyecke sind alle drey Winkel einander gleich.

§. 106. Wenn eine Seite und zwey Winkel eines

Dreyecks, gleich solchen Stücken eines andern, so sind diese Dreyecke einander gleich.

§. 108. Die Congruenz der Dreyecke überhaupt.

§. 109. In jedem Dreyecke steht der größten Seite, der größte Winkel gegenüber.

§. 110. In jedem Dreyecke steht dem größten Winkel auch die größte Seite gegenüber.

§. 111. Zwey Seiten eines Dreyecks zusammen, sind größer als die Dritte.

§. 112. Von den Vierecken, Parallelogrammen, Rechtecken und Quadraten.

§. 113. Von dem Flächeninhalte eines Rechtecks und dessen Berechnung.

§. 114. Den Flächeninhalt eines Quadrats zu berechnen in Duodecimal, auch in Decimal; auch die Berechnung, um das eine durch das andere auszudrücken.

§. 115. Die Diagonale theilt jedes Parallelogrammen in zwey gleiche Dreyecke; die gegenüberstehenden Winkel, wie auch die gegenüberstehenden Seiten sind einander gleich.

§. 116. Alle Senkrechte, zwischen Parallelen, sind einander gleich.

§. 117. Was die Höhe eines Parallelogrammen, und was die Höhe eines Dreyecks ist.

§. 1 8. Jedes Parallelogrammen ist einem Rechtecke gleich, das mit ihm gleiche Grundlinie und Höhe hat.

§. 119. Was der Inhalt eines Parallelogrammen. Wenn die Grundlinie und die Höhe gegeben, den Inhalt zu finden. Wenn ein Winkel, der Inhalt, und die Grundlinie eines Parallelogrammen gegeben, die Höhe zu finden, und es zu zeichnen.

§. 120. Was der Inhalt eines Dreyecks. Wenn die Grundlinie und die Höhe gegeben, den Inhalt zu

finden. Wenn ein Winkel, der Inhalt und die Grundlinie gegeben, die Höhe zu finden, und es zu zeichnen.

§. 121. Die Inhalte der Dreyecke, die gleiche Grundlinien und Höhen haben, sind einander gleich.

§. 122. Die Inhalte der Dreyecke, die gleiche Höhen haben, verhalten sich wie ihre Grundlinien.

§. 123. Von ähnlichen Dreyecken.

§. 124. In ähnlichen Dreyecken haben die Seiten, die gleichen Winkeln gegenüber stehen, gleiche Verhältnisse. Wenn 3 Seiten und die Höhe eines Dreyecks bekannt, wie auch eine Seite eines ihm ähnlichen Dreyecks, die übrigen Stücke desselben zu finden.

§. 125. Die Inhalte ähnlicher Dreyecke verhalten sich wie die Quadrate ihrer ähnlichen Seiten. Wenn die Inhalte zweyer ähnlichen Dreyecke, und die Seiten des einen Dreyecks bekannt sind. Die Seiten des andern zu finden.

§. 126. Eine Linie durch Hülfslinien zu theilen, und verjüngte Maßstäbe zu zeichnen.

§. 127. Wird in einem rechtwinkligen Dreyecke, aus dem rechten Winkel eine Senkrechte auf die Hypothenuse gezogen, so entstehen drey Dreyecke, die einander ähnlich sind.

§. 128. Die zwey Quadrate von denen Catheten zusammen, sind gleich dem Quadrate der Hypothenuse. Wenn beyde Catheten bekannt, die Hypothenuse zu finden. Wenn eine Cathete und die Hypothenuse bekannt, die adere Cathete zu finden.

§. 129. Haben zwey Seiten eines Dreyecks mit zwey Seiten eines andern gleiche Verhältnisse, und die von diesen Seiten eingeschlossenen Winkel sind einander gleich, so sind diese Dreyecke ähnlich.

§. 130. Was Vielecke, regulaire, und irregulaire.

§. 131. Jedes Vieleck läßt sich von einem Punkte innerhalb, in so viel Dreyecke theilen als es Seiten hat, und durch Diagonalen in zwey Dreyecke weniger wie es Seiten hat.

§. 132. Alle eingehende Winkel eines Vielecks, sind zusammen, so viel mal zwey rechten gleich, als die Figur Seiten hat, weniger zwey. Wenn die Anzahl Seiten gegeben, die Summe aller eingehenden Winkel zu finden. Wenn ein Winkel unbekannt, die andern aber bekannt sind, den unbekannten zu finden. Den Flächeninhalt eines Vielecks zu berechnen. Ein Vieleck in eine bestimmte Anzahl Theile zu theilen. Ein Vieleck in ein Quadrat zu verwandeln.

§. 133. Was ähnliche Vielecke. Wenn von zwey ähnlichen Vielecken, alle Seiten des einen, und nur eine Seite des andern bekannt, die übrigen Seiten zu finden, und es zu zeichnen.

§. 134. Aehnliche Vielecke sind durch ähnlich liegende Diagonalen in ähnliche Dreyecke zu theilen. Wenn die Diagonalen in einem Vielecke bekannt sind, die ähnlich liegenden des andern zu finden.

§. 135. Die Inhalte der ähnlichen Vielecke verhalten sich wie die Quadrate ihrer ähnlich liegenden Seiten. Wenn von zwey ähnlichen Vielecken, von dem einen der Inhalt und eine Seite, von dem andern aber nur eine ähnlich liegende Seite bekannt, den Inhalt des andern zu finden. Wenn der Inhalt eines Vielecks, das einem andern gegebenen ähnlich seyn soll, bekannt ist, die Seiten desselben zu finden.

§. 136. Was ein Zirkel, Halbmesser, Durchmesser, Sehne, Tangente, Centriwinkel, Peripheriewinkel, Ausschnitt und Abschnitt sey.

§. 137. Der Diameter ist größer als eine Sehne.

§. 138. Sind die Centriwinkel einander gleich, so sind es auch die Ausschnitte, die Bogen und die Sehnen. Einen Winkel in gleiche Theile zu theilen.

§. 139. Das Verhältniß der Centriwinkel ist dem Verhältnisse ihrer Bogen gleich. Wenn der Bogen und der Winkel bekannt, den Bogen eines andern Winkels zu finden.

§. 140. Der Centriwinkel ist zweymal so groß als sein Peripheriewinkel. Wenn ein Peripheriewinkel gegeben ist, seinen Centriwinkel zu finden.

§. 141. Die Peripheriewinkel auf gleichen Bogen, sind einander gleich.

§. 142. Der Peripheriewinkel auf dem Diameter ist ein rechter. Aus dem Endpunkte einer Linie, eine andre senkrecht zu ziehen.

§. 143. Wie Vielecke im Zirkel, und wie sie um den Zirkel beschrieben werden.

§. 144. In jedem im Zirkel beschriebenen Vierecke, sind die zwey gegenüberstehenden Winkel zusammen zwey rechten gleich.

§. 145. Der Diameter aus dem Berührungspunkte einer Tangente, ist senkrecht auf derselben.

§. 146. Der Winkel, den eine Sehne aus dem Berührungspunkt einer Tangente mit derselben macht, hat den halben zwischen liegenden Bogen zum Maße. Wenn eine Sehne und der darauf stehende Peripheriewinkel gegeben, den Bogen zu beschreiben.

§. 147. Steht der Durchmesser senkrecht auf der Sehne, so theilt er sie in zwey gleiche Theile.

§. 148. Durchschneiden sich zwey Sehnen im Zirkel, so sind die geschnittenen Stücke wechselweise proportional. Wenn drey dieser Stücke bekannt, das vierte zu finden.

§. 149. Ist die Sehne senkrecht auf dem Diameter, so ist die halbe Sehne die mittlere Proportionale zwischen den Stücken des Diameters. Wenn die Sehne und die Höhe eines Abschnitts bekannt, den Diameter des Zirkels zu finden. Wenn zwey parallele Sehnen und der Abstand von einander bekannt, den Diameter des Zirkels zu finden.

§. 150. Wenn ein Winkel außerhalb dem Zirkel ist, und beyde Schenkel von selben geschnitten werden, so sind die Stücke außerhalb dem Ganzen, bis durch den Zirkel, wechselweise proportional.

§. 151. In jedem Dreyecke ist die Grundlinie zur Summe der beyden andern Seiten, wie die Differenz dieser Seiten, zur Differenz der von der Höhe in die Grundlinie geschnittenen Stücke. Wenn die drey Seiten eines Dreyecks bekannt, die von der Höhe in die Grundlinie geschnittenen Stücke zu finden.

§. 152. Wenn ein Winkel außerhalb des Zirkels so auf dem Diameter steht, daß der eine Schenkel Tangente ist, so ist diese Tangente die mittlere Proportionale zwischen dem Stücke des andern Schenkels außerhalb, und dem ganzen bis durch den Zirkel.

§. 153. Der Bogen eines Winkels ist größer als die dazu gehörige Sehne; je kleiner aber dieser Winkel, je minderer ist der Unterschied.

§. 154. Wird der Umfang eines Zirkels in gleiche Theile getheilt, und die Sehnen gezogen, so entsteht ein regulaires Vieleck. Wenn die Anzahl Seiten eines regulairen Vielecks gegeben, die Centri und Poligonwinkel zu finden. Wenn eine Seite und die Anzahl derselben gegeben, das Vieleck zu zeichnen.

§. 155. Was Ergänzungswinkel, Sinus, Cosinus, Sinusversus, Tangente und Secante.

§. 156. Daß der Sinus die halbe Sehne eines doppelten Centriwinkels. Wenn das Quadrat der Sehne bekannt, das Quadrat vom Sinus zu einem halb so großen Winkel zu finden.

§. 157. Wenn der Halbmesser gegeben ist, den Sinus, Cosinus, und Sinusversus von 45° zu finden, und dann wieder diese Stücke von 22° 30' zu finden.

§. 158. Wie groß der Halbmesser in den gewöhnlichen Sinustafeln. Wenn alle Sinusse bekannt, die Tangente, Secante, Logarithmus-Sinus, und Logarithmus-Tangent zu finden.

§. 159. In allen Dreyecken verhalten sich die Sinusse der Winkel wie die ihnen gegenüberstehenden Seiten. Wenn zwey Winkel und eine Seite eines Dreyecks bekannt sind, die übrigen Stücke zu finden. Wie auch, wenn zwey Seiten und ein diesen Seiten entgegenstehender Winkel. Auch wenn drey Seiten eines Dreyecks bekannt sind.

§. 160. Wenn zwey Seiten und der eingeschlossene Winkel eines Dreyecks bekannt sind, und man macht von diesen beyden Seiten die größte, der kleinsten gleich, so entsteht ein gleichschenkliges Dreyeck, in welchem jeder Winkel über der Grundlinie die halbe Summe der unbekannten, und der Spitze unter der Grundlinie die halbe Differenz ist.

§. 161. In jedem Dreyecke verhält sich die Summe zweyer Seiten zu ihrer Differenz, wie die Tangente der halben Summe, der beyden diefer Seiten entgegenstehenden Winkel, zur Tangente der halben Differenz derselben. Wenn in einem Dreyecke zwey Seiten und der davon eingeschlossene Winkel bekannt, die übrigen Stücke zu finden.

§. 162. Das Verhältniß des Halbmessers zum Um-

fange des Zirkels. Wenn der Halbmesser bekannt, den Umfang zu finden. Wenn der Halbmesser und der Centriwinkel bekannt, den Bogen zu finden. Wenn der Umfang bekannt, den Halbmesser zu finden. Wenn der Bogen und der Centriwinkel bekannt, den Halbmesser zu finden. Wenn der Bogen und der Halbmesser bekannt, den Centriwinkel zu finden.

§. 163. Das Verhältniß des Durchmessers zum Umfange. Wenn der Diameter bekannt, den Umfang zu finden.

§. 164. Das Verhältniß vom Quadrate des Halbmessers zum Inhalt des Zirkels. Wenn der Halbmesser bekannt, den Inhalt des Zirkels zu finden. Wenn der Inhalt bekannt, den Halbmesser zu finden. Wenn der Halbmesser und Centriwinkel bekannt, den Inhalt des Ausschnitts zu finden. Wenn der Inhalt des Ausschnitts und der Centriwinkel bekannt, den Halbmesser zu finden. Wenn der Inhalt des Ausschnitts und der Halbmesser bekannt, den Centriwinkel zu finden.

§. 165. Das Verhältniß vom Quadrate des Durchmessers zum Inhalt des Zirkels. Wenn der Diameter gegeben, den Inhalt des Zirkels zu finden. Wenn ein Halbmesser und die Sehne bekannt, den Inhalt des Abschnitts zu finden.

Inhalt des zweiten Abschnitts.

§. 166. Wenn der Halbmesser Eins ist, eine Tafel zu verschiedenen Linien von 5 zu 5 bis 180° anzufertigen.

§. 167. Was Feldmessen.

§. 168. Wie ein Plan gezeichnet seyn soll.

§. 169. Wie Pläne zu Copiren.

§. 170. Was auf dem Felde der Standpunkt. Nicht ein Punkt, sondern zwey bestimmen die Lage einer Linie.

§. 171. Eine Linie auf dem Felde zu verlängern. Beyde Stangen in der Linie müssen senkrecht, auch nicht zu nahe an einander stehen.

§. 172. Steht man zwischen zwey Punkten, so kann man es nicht sehen, ob man in deren geraden Linie ist. Zwischen zwey Punkten mehrere in gerader Linie einzurichten. Mit einem Gehülfen, auch ohne einen Gehülfen, auch mit einen Instrument; wenn man an einen Endpunkt kommen kann, auch wenn das nicht angeht.

§. 173. Den Punkt zu finden, wo sich zwey Linien verlängert schneiden.

§. 174. Den Punkt zu finden, wo sich zwey Linien schneiden; mit zwey Gehülfen; mit einem Gehülfen, ohne Gehülfen mit einem Instrumente, wenn man an den Endpunkt kommen kann, auch wenn dieses nicht angeht.

§. 175. Geht man nach einem Gegenstande in gerader Linie hin, so muß man in derselben oder in deren Verlängernng noch eine Marke wählen. Von einem Punkte nach einem andern in gerader Linie zu schreiten. Steht man seitwärts, so kann man nicht genau sehen, ob ein anderer in gerader Linie schreitet.

§. 176. Je entfernter eine Distance, je kleiner ist der Winkel, unter welchem solche gesehen wird.

§. 177. Eine Linie auf dem Felde zu messen. Mit der Kette, mit Schritten, mit dem Augenmaße.

§. 178. Von den Instrumenten, die Winkel auf dem Felde zu messen. Einen Winkel zu messen; mit dem Astrolabium, mit der Boussole, mit einem Meßtische, mit Stäben, mit dem Augenmaße.

§. 179. Eine Linie abzustecken. Einen Winkel abzustecken; mit dem Astrolabium, mit der Boussole, mit

dem Meßtische, mit Stäben; nach dem Augenmaße eine Figur auf dem Felde zu traciren.

§. 180. Eine krummlinige Gränze zu messen und aufs Papier zu zeichnen.

§. 181. Die Fläche einer Wiese zu messen. Wenn es mit dem Astrolabium geschehen, aufs Papier zu zeichnen. Wenn es mit einer Boussole geschehen, die Figurwinkel zu berechnen.

§. 182. Den Flächeninhalt dieser Wiese zu berechnen.

§. 183. Diese in zwey gleiche Theile zu theilen, und die Theilungslinie auf dem Felda zu markiren.

§. 184. Wie ganze Feldmarken aufzunehmen sind.

§. 185. Linien durch Hülfslinien zu messen; wenn man an einen Endpunkt, aber nicht an den andern kommen kann.

§. 186. Wenn man an beyde Endpunkte, aber nicht von einem zum andern sehen, oder in gerader Linie kommen kann.

§ 87. Vorhergehendes, wenn man nicht von einem seitwärts liegenden Punkte nach beyden Gegenständen sehen und messen kann.

§. 188. Durch ein undurchsichtiges Gebüsch eine gerade Linie von einem Gegenstande zum andern abzustecken.

§. 189. Eine Linie zu messen, wo man zu keinem ihrer Endpunkte kommen kann.

§ 190. Vorhergehendes, wenn man nur einen Punkt in der gemessenen Linie hat, von wo man beyde Gegenstände zugleich sehen kann.

§. 191. Vorhergehendes, wenn man in der gemessenen Linie keinen Punkt hat; wo man beyde Gegenstände zugleich sieht.

§. 192. Mit einer Linie, zu der man nicht kommen kann, eine Parallele abzustecken.

§. 193. Vorhergehendes, auf weitläuftige Art.

§. 194. Veste Punkte einer Gegend auf dem Pappire zu bestimmen.

§. 195. Den Standpunkt, in dem man auf dem Felde steht, zwischen vorher aufgenommenen vesten Punkten auf dem Pappiere zu bestimmen.

§. 196. Was würkliche, was scheinbare Horizontale. Wenn die Länge der scheinbaren bekannt, die Abweichung von der würklichen zu finden.

§. 197. Die Instrumente zum Nivelliren.

§. 198. Eine kurze Linie zu nivelliren, und die Durchschnittsfläche zu zeichnen.

§. 199. Eine lange Linie zu nivelliren und das Profil zu zeichnen.

§. 200. Die horizontale Ebene in einer auf dem Felde abgesteckten Figur zu bezeichnen.

§. 201. Höhen zu messen, zu deren senkrechtem Fuße man kommen kann.

§. 202. Voriges, wenn man nicht hinkommen kann.

§. 203. Vom Gebrauch der Situationspläne, und von der Zeit und Gelegenheit sie anzufertigen.

§. 204. Wie die Gegend auf solchen Plänen vorgestellt wird.

§. 205. Wie das Aufnehmen zu üben sey.

§. 206. Wie viel Schritt Front für Infanterie, Cavallerie und Artillerie zu rechnen sey.

§. 207. Was die Schulterwendung. Wenn die Anzahl Rotten, und wie weit der Flügel vorkommen soll, bekannt ist, die Größe dieser Wendung zu finden.

§. 208. Wie gerichtet wird.

§. 209. Was auf ganzen und halben Distancen marschiren heißt. Wenn eine Colonne defilirt, und sich

wieder formiren soll, den Marsch des letzten Zuges zu finden.

§. 210. Wenn eine Colonne Contremarsch macht, den Marsch des letzten Zuges zu finden.

§. 211. Wenn die Front eines Zuges und der Schwenkungswinkel bekannt, den Bogen zu finden.

§. 212. Wenn ein Bataillon schwenkt, den Unterschied der Sehne und des Bogens, die Distance, in der die Züge folgen, und deren Ueberflügelung zu finden.

§. 213. Beym schrägen Marsch mit Sections den Schwenkbogen, die Distance im Folgen und die Ueberflügelung zu finden.

§. 214. Wie man das Point de vue im Avanciren nehmen muß, und wie groß die Fehler werden können.

§. 215. Wenn eine Colonne schräge neben einer Feindlichen marschirt, die Beschleunigung des Marsches zu finden, um nicht vom Feinde überflügelt zu werden.

§. 216. Wenn ein Treffen en Echalon avancirt, und während dem einschwenkt, die Vergrößerung der Intervallen zu finden.

§. 217. Wenn zwey Treffen um ihre Axe schwenken, den Abstand nach dem Schwenken und die Ueberflügelung zu finden.

§. 218. Wenn ein Quarre schwenkt, die zwey verschiedene Schwenkbogen zu finden.

§. 216. Wenn eine Colonne gehörig abmarschirt ist, und sich auf der Flanke im Treffen formiren soll, den Marsch des letzten Zuges zu finden; wenn einmarschirt, und wenn deploirt wird.

§. 220. Vorhergehendes, wenn die Colonne nicht gehörig abmarschirt ist, wie auch, wenn der Aufmarsch en Evantail geschieht.

§. 221. Wenn eine Linie mit Redans befestigt ist, die Weite der Schußlinie vorwärts und seitwärts zu finden.

§. 222. Vorhergehendes, wenn die Befestigung mit Bollwerken versehen ist.

§. 223. Die Hauptlinie eines Festungssystems zu zeichnen, und die zum Abstecken nöthigen Linien zu berechnen.

§. 224. Diese Hauptlinien auf dem Felde abzustecken.

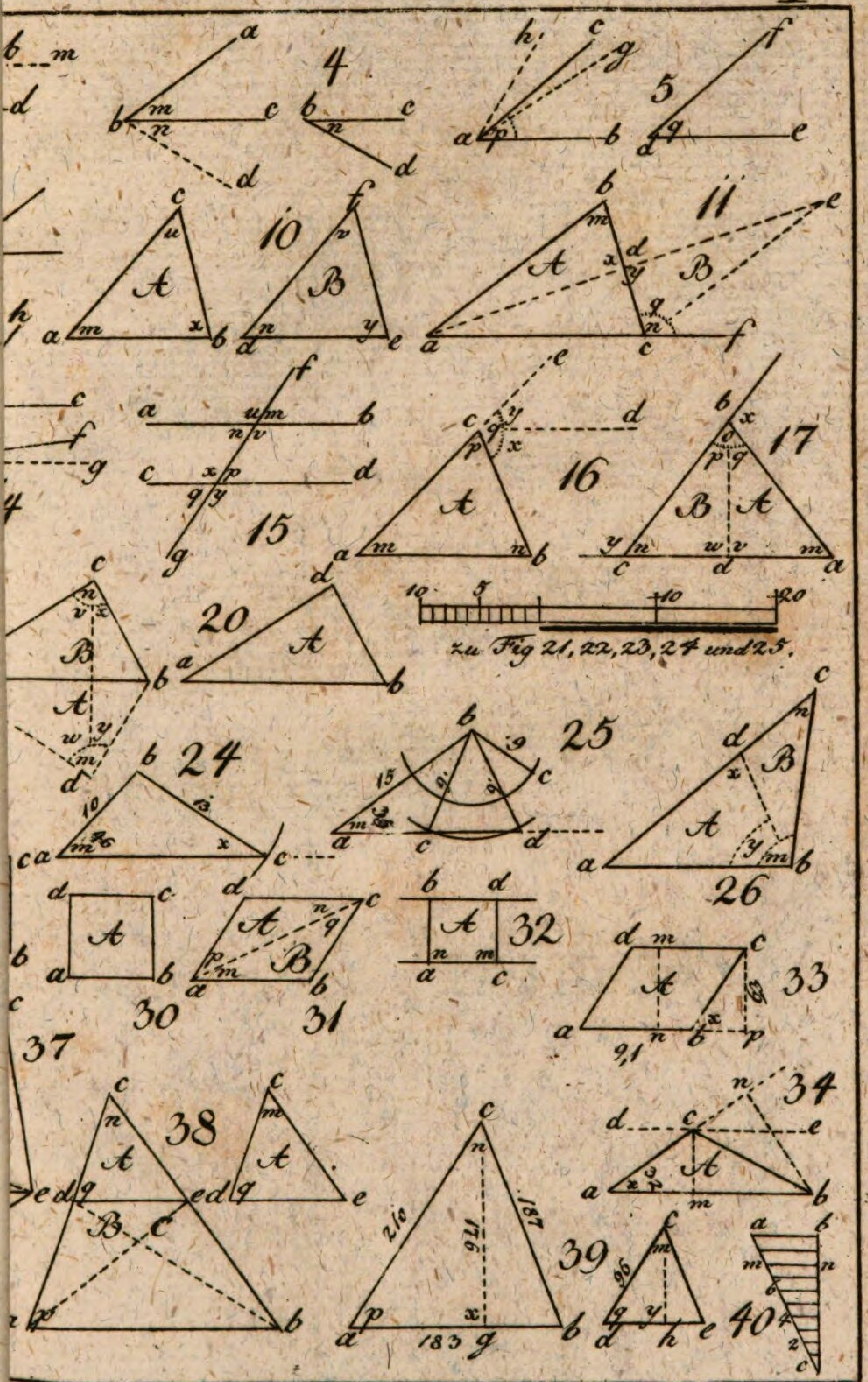
§. 225. Bey einer vom Feinde besetzten Festung, die Linien der Werke von außerhalb aufzunehmen und Punkte in der Capitale zu markiren.

§. 226. Diese Punkte bey Nachtzeit zu finden und zum Anstellen der Arbeiter zur ersten Parallele, die Linie derselben zu durchschreiten.

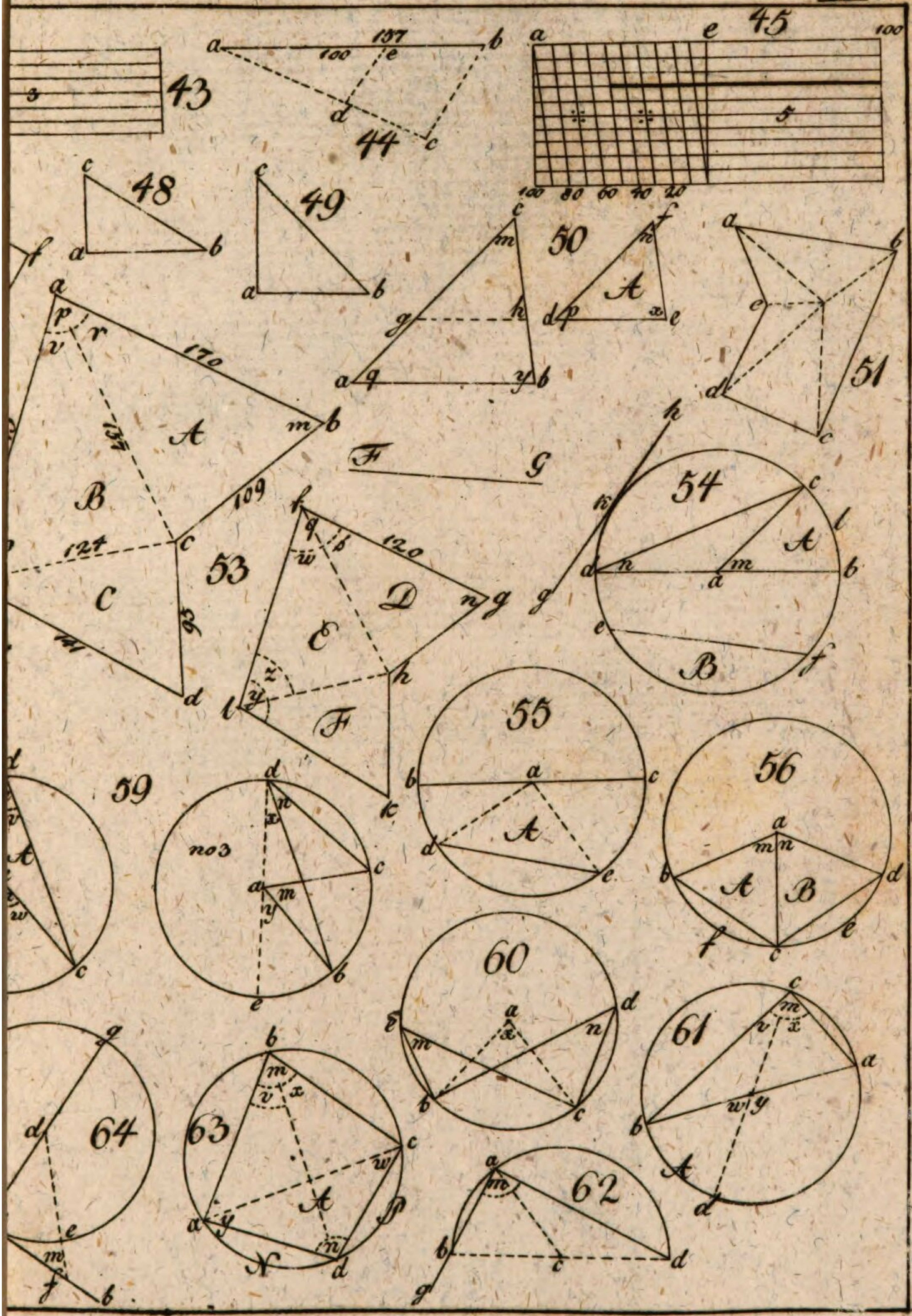
Druckfehler.

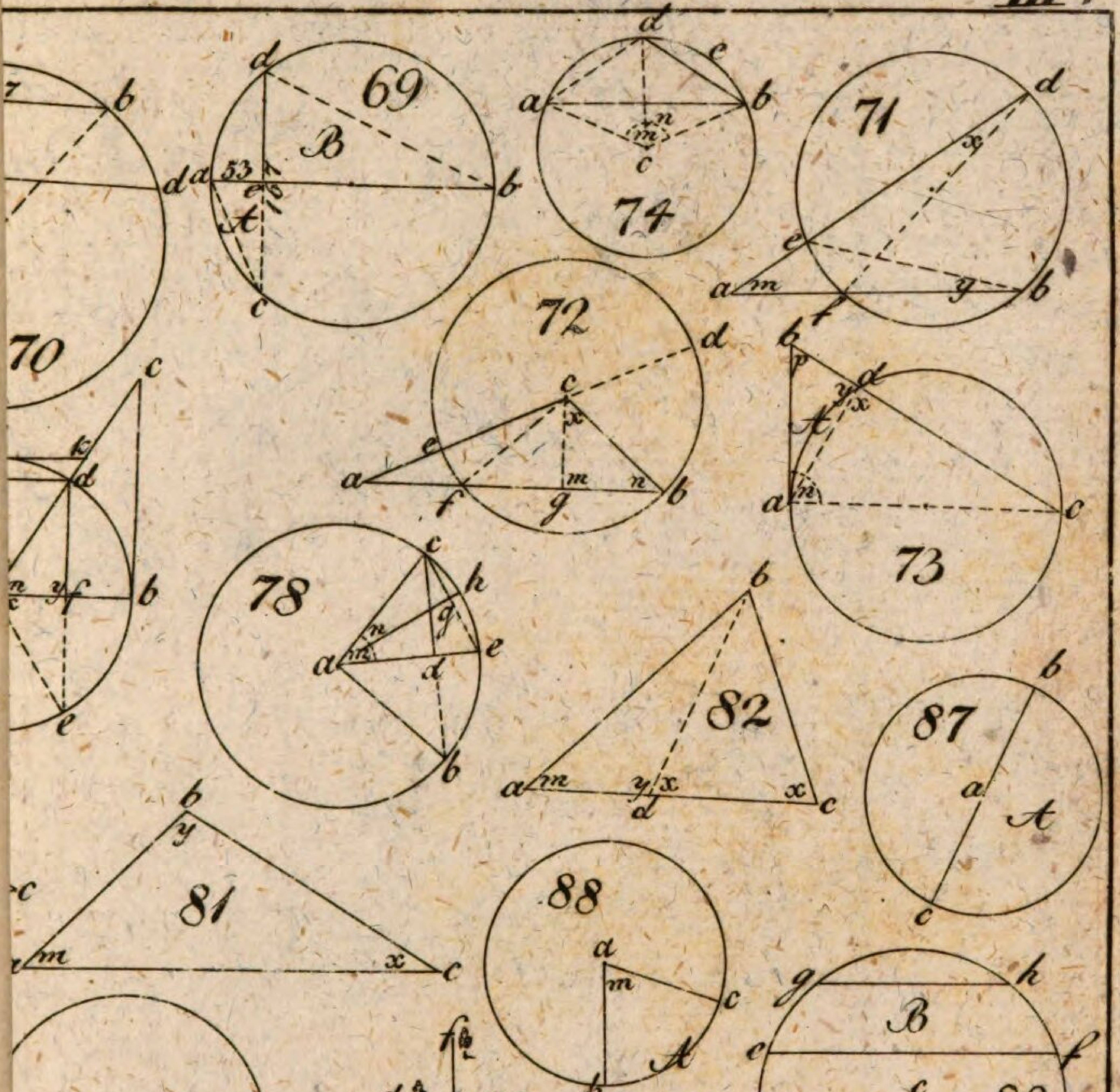
Seite 21, Zeile 17, wird $\angle o$ statt $\angle c$ gelesen
— 24 — 4 — §. 106 — §. 107 —
— 26 — 26 — weil ad — ab —
— 28 — 11 — ab^2 — ab
— 30 — 18 — Fig. 32 — 82 —
— 33 — 3 v. u. — cd ⧣ ab — cd, ab —
— 34 — 4 — $\triangle A$ — $\triangle D$ —
— 42 — 7 — ab^2, ac^2 — MP —
— — — 8 — db × bf — db + bf —
— — — 9 — cd × cg — cd + cg —
— — — 15 — db × bf — db + bf —
— 59 — 17 — v + x — v + w —
— 75 — 8 — $\angle n$ — $\angle m$ — —
— 80 — 14 — Fig. 82 — 81 —
— 81 — 1 — Fig. 72 — 71 —
— 82 — 1 v. u. (ab+ac):(ab-ac) — (ab+ac):(ab+ac)
— 83 — 10 — ab — ad — ab — ab —
— — — 1 v. u. — cf Tang. $\angle w$ — ef Tang. $\angle w$
— 85 — 8 — Fig. 86 — 85 —
— 112 — 12 — nach a um — b um —
— 122 — 1 — Linie — Leine —
— 125 — 3 — Fig. 114 — 112 —
— 151 — 22 — §. 196 — §. 195 —
— 152 — 10 — Fig. 135 — 136 —
— 156 — 29 — §. 199 — 190 —
— 176 — 7 — Distancen; gehen — Distancen, so gehen —
— 183 — 14 — zweyten Gliede — ersten Gliede —

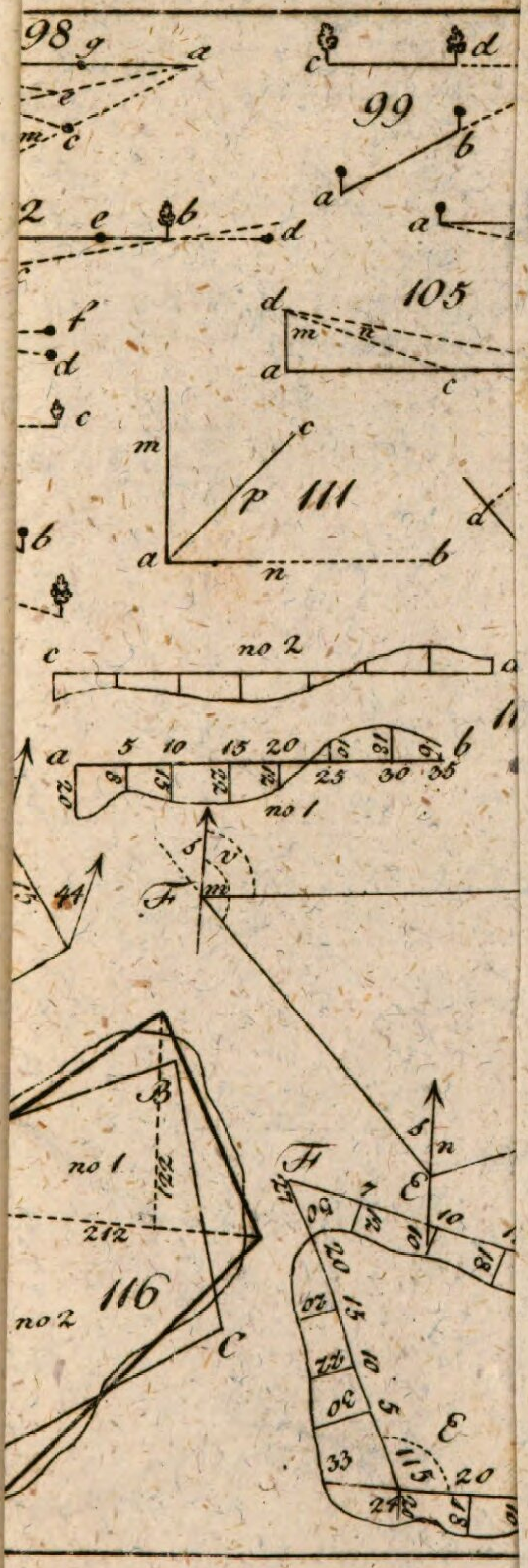
In eben dem Verlage dieses Buchs, ist das hier vorausgesetzte Lehrbuch der Arithmetik, was die §§. von 1 bis incl. 85 enthält, zu bekommen.


4
5
10
11
15
16
17
20
10 5 10 20
zu Fig 21, 22, 23, 24 und 25.
24
25
26
30
31
32
33
34
37
38
39
40

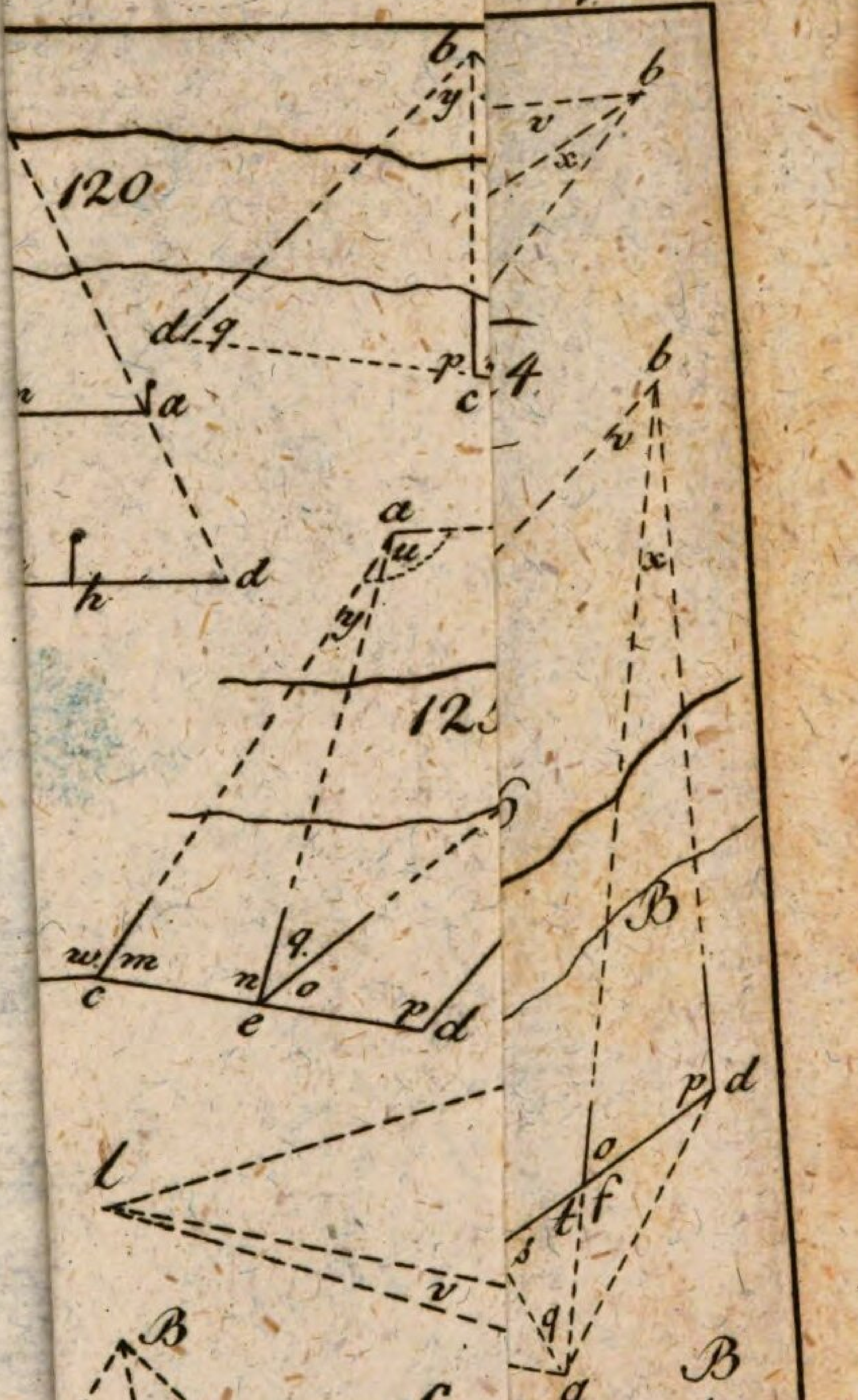
II.



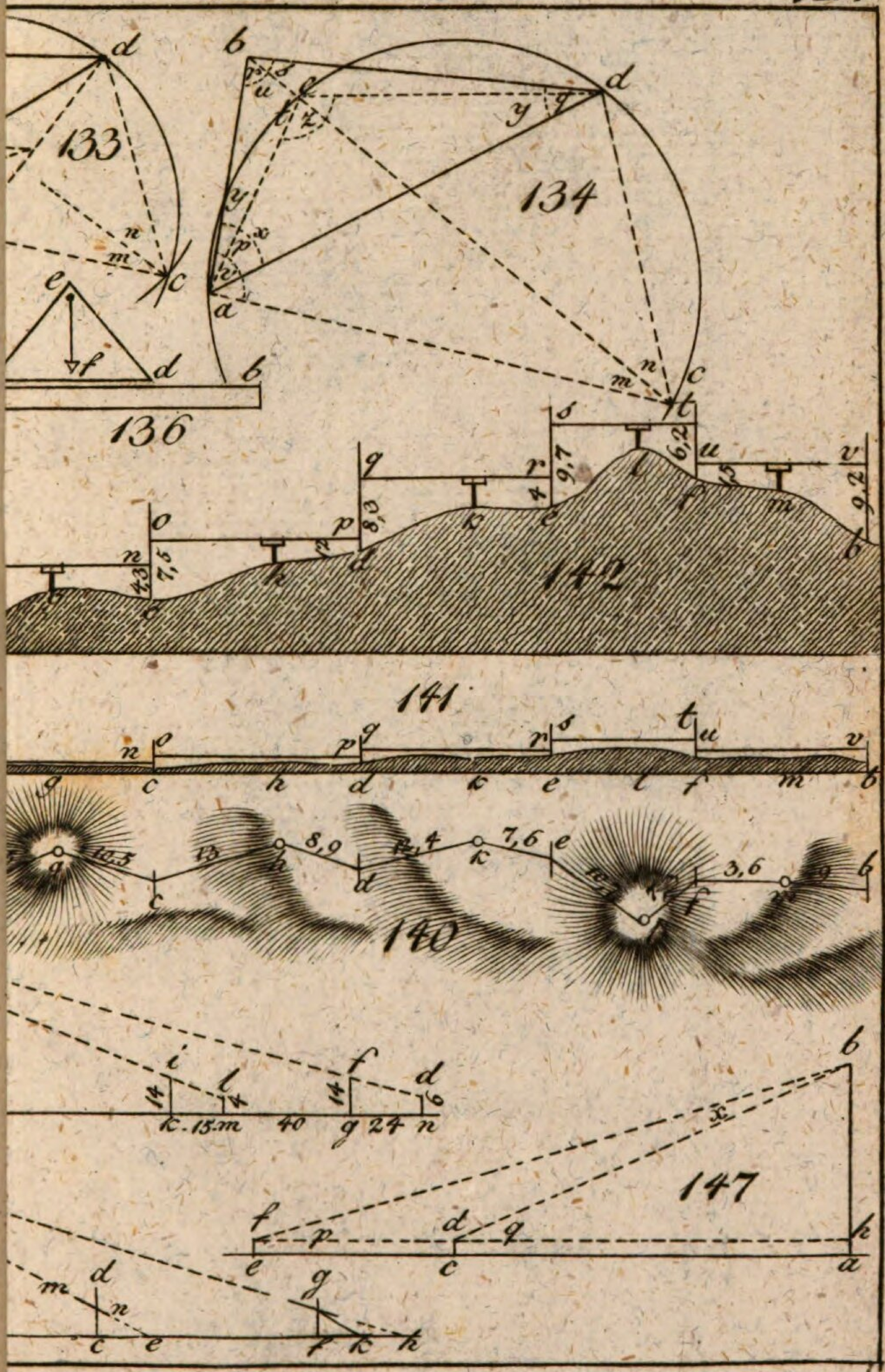

69
74
71
70
72
73
78
82
87
81
88
86
92
93
89
94
90
95
96
91


98
99
105
111
no 2
no 1
116
no 1
no 2

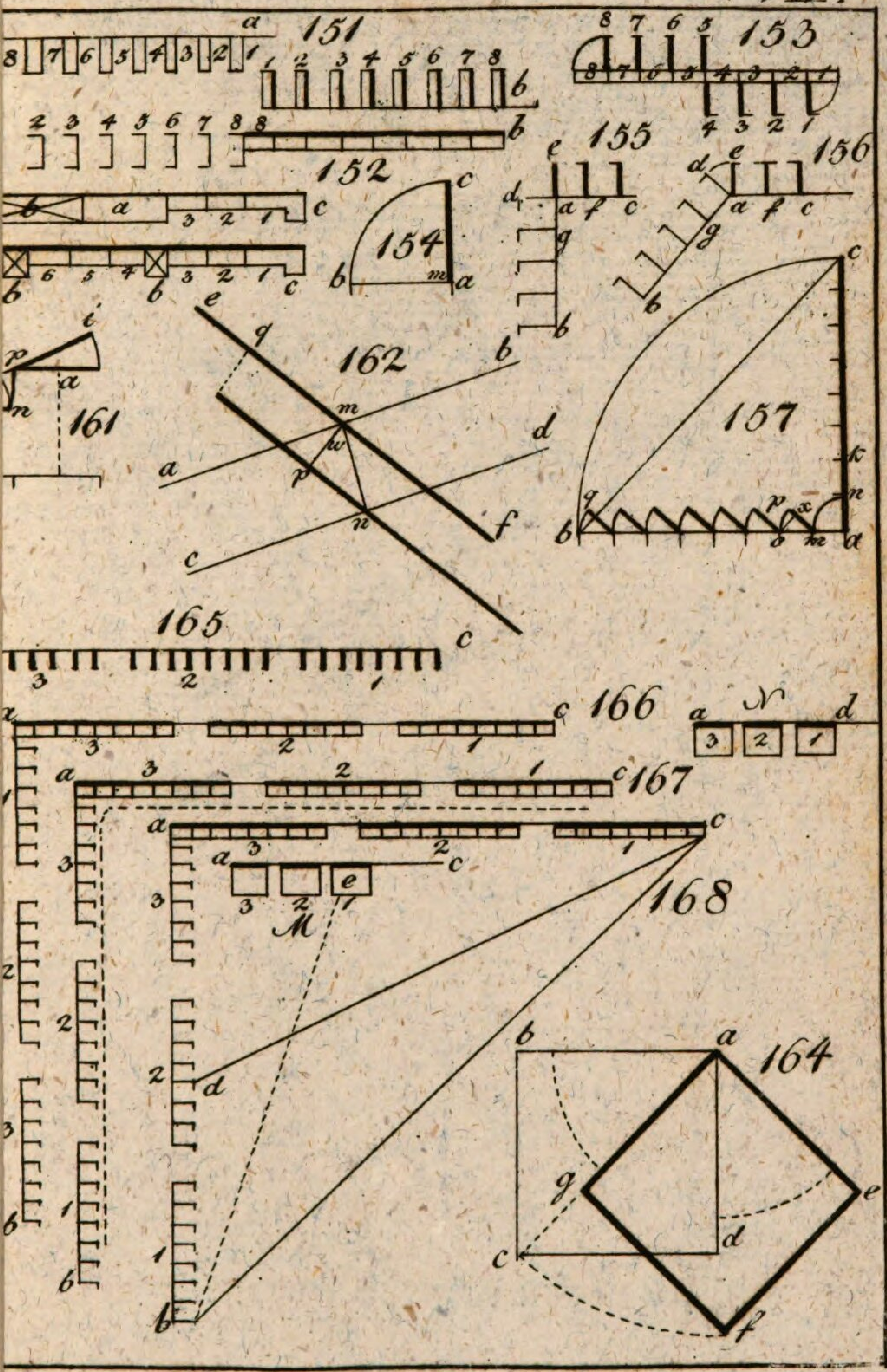
V.



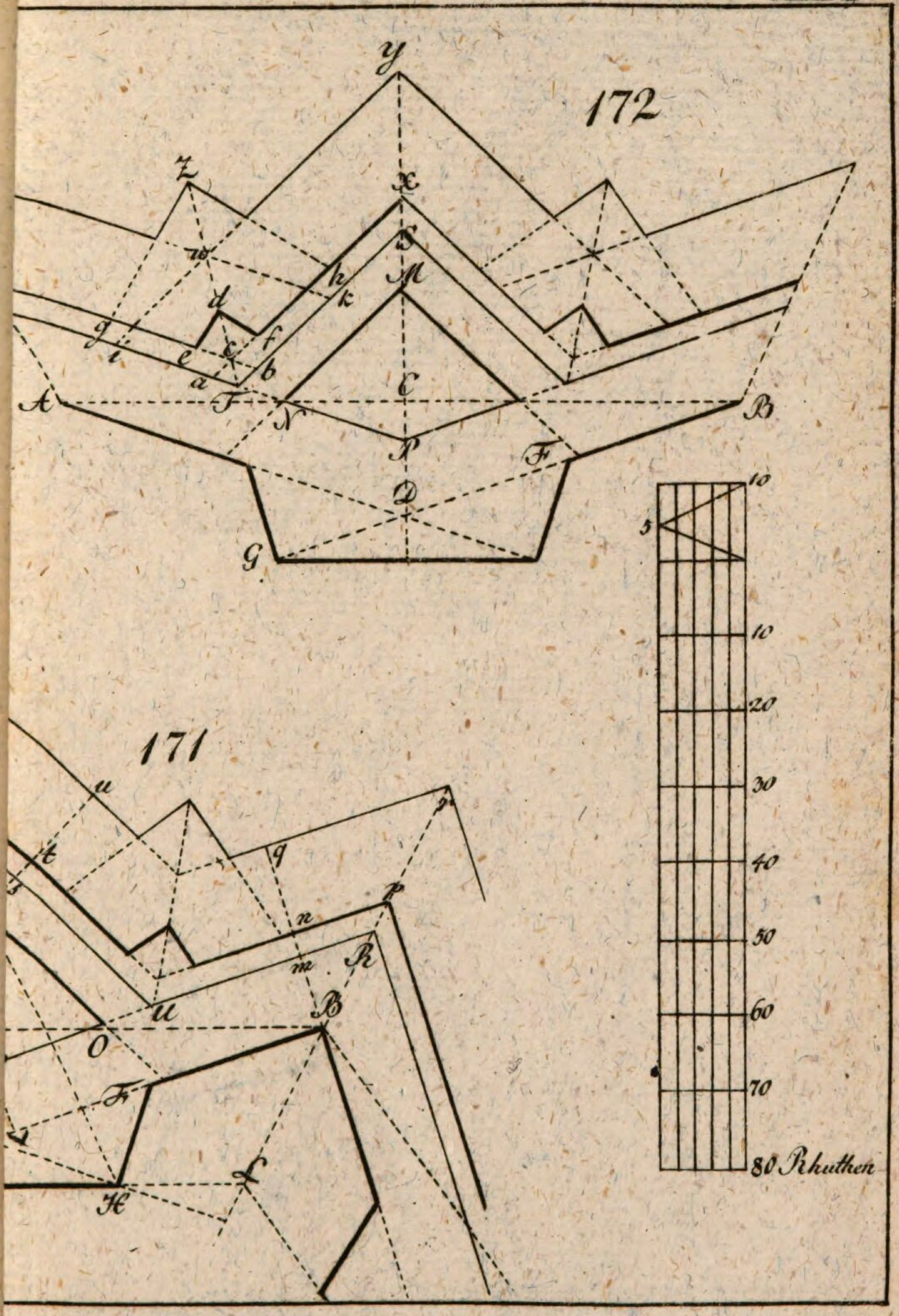
VI.



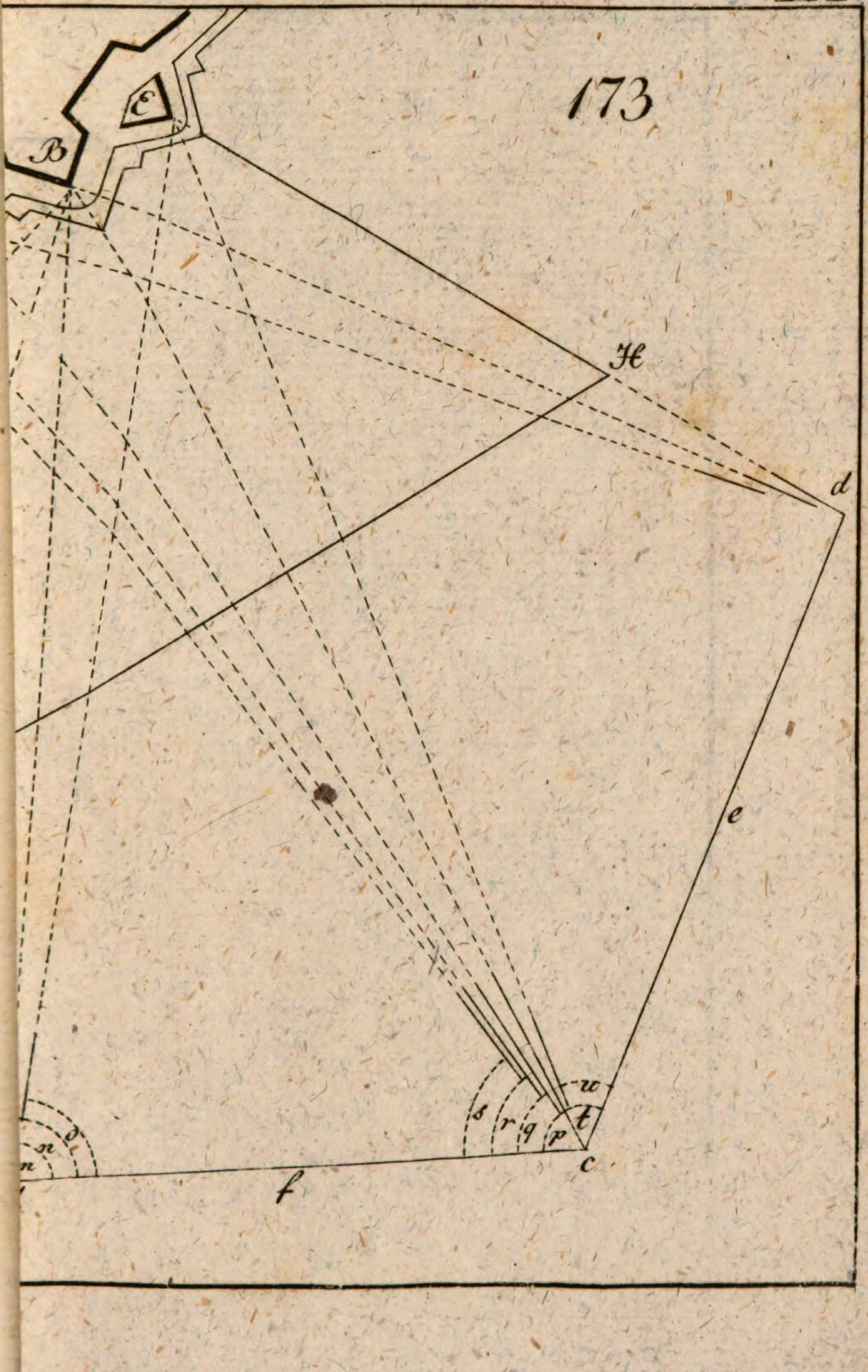
VII.



IIX.



IX.



BAYERISCHE
STAATS-
BIBLIOTHEK
MÜNCHEN